

4 ページ左段の下から 9 行目

誤 **I** ベクトル空間と部分空間 172 正 **I** ベクトル空間と部分空間 170

4 ページ左段の下から 4 行目

誤 **I** 線形写像 225 正 **I** 線形写像 2246 ページ **指針**の上から 1 行目

誤 いくつかの数, 数式を 正 いくつかの数を

11 ページ **注意**の上から 1 行目誤 一般に,  $AB \neq BA$  であるから, 上の解答から 正 一般に,  $AB \neq BA$  であるから

24 ページの上から 2, 3 行目

次の文言を削除する。

ただし, (6), (7) の  $E, O$  は, それぞれ 2 次の単位行列, 零行列とする。

24 ページの下から 11 行目

誤  $A^3 = \square$  正  $A^4 = \square$ 

24 ページの下から 1, 2 行目

誤 更に, 行列  $A - tE$  が逆行列をもたないような実数  $t$  のとり得る値は  $t = \square$  である。正 更に, 行列  $A - tE$  が逆行列をもたないような実数  $t$  のとりうる値は  $t = \square$  である。ただし,  $E, O$  は, それぞれ 2 次の単位行列, 零行列とする。48 ページ **指針**の上から 2 行目誤 連立 1 次方程式  $Ax = b$  ……(\*) を考える。 正 連立 1 次方程式  $Ax = b$  ……(\*) を考える。54 ページ **補足**の 1 行目

誤 (基本変形の方法は他にもある) 正 (行基本変形の方法は他にもある)

65 ページ **参考**

誤 第 6 章, 262 ページ 正 第 6 章, 263 ページ

80 ページの 1 番下の側注

誤 基本例題 015 より。 正 基本例題 012 より。

93 ページ問題(3)

$$\text{誤 (3)} \begin{bmatrix} 2 & -5 & 3 & 7 \\ 1 & -3 & 2 & 1 \\ 4 & -5 & 1 & 18 \end{bmatrix} \quad \text{正 (3)} \quad A = \begin{bmatrix} 2 & -5 & 3 & 7 \\ 1 & -3 & 2 & 1 \\ 4 & -5 & 1 & 18 \end{bmatrix}$$

108 ページ重要例題 026 解答(2)の1行目

$$\text{誤} \begin{bmatrix} E & A \\ O & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E & -A \\ O & E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & O \\ O & B \end{bmatrix} \quad \text{正} \begin{bmatrix} E & A \\ O & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E & -A \\ O & E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & O \\ O & B \end{bmatrix}$$

108 ページ重要例題 026 解答(3)の1行目

$$\text{誤} \begin{bmatrix} E & O \\ -B & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & E \\ O & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} O & A \\ E & -A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & O \\ O & -BA \end{bmatrix} \quad \text{正} \begin{bmatrix} E & O \\ -B & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & E \\ O & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} O & E \\ E & -A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & O \\ O & -BA \end{bmatrix}$$

121 ページの下から9行目

$$\text{誤} 1 \cdots (i-1)j(i+1) \cdots (i+k) \cdots (j-1)i(j+1) \cdots n$$

$$\text{正} 1 \cdots (i-1)j(i+1) \cdots (i+k) \cdots (j-1)j(j+1) \cdots n$$

124 ページの下から3行目

誤 112 ページ      正 111 ページ

127 ページの下から4行目

$$\text{誤} \det[\mathbf{a}_{\tau(1)} \quad \mathbf{a}_{\tau(2)} \quad \cdots \quad \mathbf{a}_{\tau(n)}] = \text{sgn}(\sigma) \cdot \det[\mathbf{a}_1 \quad \mathbf{a}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{a}_n]$$

$$\text{正} \det[\mathbf{a}_{\tau(1)} \quad \mathbf{a}_{\tau(2)} \quad \cdots \quad \mathbf{a}_{\tau(n)}] = \text{sgn}(\tau) \cdot \det[\mathbf{a}_1 \quad \mathbf{a}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{a}_n]$$

130 ページの下から14行目

誤 [1]の証明は      正 [2]の証明は

135 ページ解答(2)の最終行

$$\text{誤} = 1 \cdot 1 - 0 \cdot 2 = 0 = 1 \quad \text{正} = 1 \cdot 1 - 0 \cdot 2 = 1$$

137 ページ 参考 の下から2行目

$$\text{誤} a_{21}a_{12}a_{33} \quad \text{正} a_{33}a_{12}a_{21}$$

138 ページ 指針 の上から1行目

誤 125 ページ      正 125 ~ 127 ページ

140 ページ解答の下から2行目

$$\text{誤} \quad \left| \begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 1 & \boxed{1} \leftrightarrow \boxed{3} \\ 5 & 2 & 4 & \boxed{2} \times (-1) \\ 1 & 2 & -1 & = \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & \\ -5 & -2 & -4 & \\ 2 & 3 & 1 & \end{array} \right| \quad \text{正} \quad \left| \begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 1 & \textcircled{1} \leftrightarrow \textcircled{3} \\ 5 & 2 & 4 & \textcircled{2} \times (-1) \\ 1 & 2 & -1 & = \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & \\ -5 & -2 & -4 & \\ 2 & 3 & 1 & \end{array} \right|$$

153 ページの下から1~3行目

誤 以上から, 求める行列式は

$$n=4m, 4m+1 \text{ のとき } \frac{1}{2}n^{n-1}(n+1)$$

$$n=4m+2, 4m+3 \text{ のとき } -\frac{1}{2}n^{n-1}(n+1)$$

正 以上から, 求める行列式は,  $m$  を自然数として

$$n=4m, 4m-3 \text{ のとき } \frac{1}{2}n^{n-1}(n+1)$$

$$n=4m-2, 4m-1 \text{ のとき } -\frac{1}{2}n^{n-1}(n+1)$$

154 ページ 指針の上から1行目誤  $D_1 = x^2 + 1$  に注意する。 正  $D_1(x) = x^2 + 1$  に注意する。

155 ページ解答(2)の上から2行目

誤 行列  $\tilde{P}_i(C)$  の  $(i, j)$  成分を  $p_{ij}$  で表すと 正 行列  $\tilde{P}_i(C)$  の  $(s, t)$  成分を  $p_{st}$  で表すと

155 ページ解答(2)の下から6行目

$$\text{誤} \quad \begin{pmatrix} 1 & \cdots & x & x+1 & x+2 & \cdots & x+l_i & x+l_i+1 & \cdots & n \\ 1 & \cdots & x & i_{x+1} & i_{x+2} & \cdots & i_{x+l_i} & x+l_i+1 & \cdots & n \end{pmatrix}$$

$$\text{正} \quad \begin{pmatrix} 1 & \cdots & x & x+1 & x+2 & \cdots & x+l_i & x+l_i+1 & \cdots & n \\ 1 & \cdots & x & r_{x+1} & r_{x+2} & \cdots & r_{x+l_i} & x+l_i+1 & \cdots & n \end{pmatrix}$$

155 ページ解答(2)の下から3行目

$$\text{誤} \quad \begin{pmatrix} x+1 & x+2 & \cdots & x+l_i \\ i_{x+1} & i_{x+2} & \cdots & i_{x+l_i} \end{pmatrix} \quad \text{正} \quad \begin{pmatrix} x+1 & x+2 & \cdots & x+l_i \\ r_{x+1} & r_{x+2} & \cdots & r_{x+l_i} \end{pmatrix}$$

157 ページ解答 (1) の上から 5 ~ 8 行目

誤 ゆえに、右辺の和は  $\begin{pmatrix} 1 & \cdots & m & m+1 & m+2 & \cdots & m+n \\ 1 & \cdots & m & i_{m+1} & i_{m+2} & \cdots & i_{m+n} \end{pmatrix}$  という形の置換に関してのみ考えればよい。

この形の置換は  $n$  個の文字の置換  $\begin{pmatrix} m+1 & m+2 & \cdots & m+n \\ i_{m+1} & i_{m+2} & \cdots & i_{m+n} \end{pmatrix}$  と同一視され、この形の置換に関しての和は行列  $A$  の行列式に一致する。

正 ゆえに、右辺の和は  $\begin{pmatrix} 1 & \cdots & m & m+1 & m+2 & \cdots & m+n \\ 1 & \cdots & m & s_{m+1} & s_{m+2} & \cdots & s_{m+n} \end{pmatrix}$  という形の置換に関してのみ考えればよい。

この形の置換は  $n$  個の文字の置換  $\begin{pmatrix} m+1 & m+2 & \cdots & m+n \\ s_{m+1} & s_{m+2} & \cdots & s_{m+n} \end{pmatrix}$  と同一視され、この形の置換に関しての和は行列  $D$  の行列式に一致する。

157 ページ解答 (2) の上から 5 ~ 8 行目

誤 ゆえに、右辺の和は  $\begin{pmatrix} 1 & \cdots & m & m+1 & m+2 & \cdots & m+n \\ i_1 & \cdots & i_m & m+1 & m+2 & \cdots & m+n \end{pmatrix}$  という形の置換に関してのみ考えればよい。

この形の置換は  $m$  個の文字の置換  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & \cdots & m \\ i_1 & i_2 & \cdots & i_m \end{pmatrix}$  と同一視され、この形の置換に関しての和は行列  $A$  の行列式に一致する。

正 ゆえに、右辺の和は  $\begin{pmatrix} 1 & \cdots & m & m+1 & m+2 & \cdots & m+n \\ t_1 & \cdots & t_m & m+1 & m+2 & \cdots & m+n \end{pmatrix}$  という形の置換に関してのみ考えればよい。

この形の置換は  $m$  個の文字の置換  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & \cdots & m \\ t_1 & t_2 & \cdots & t_m \end{pmatrix}$  と同一視され、この形の置換に関しての和は行列  $A$  の行列式に一致する。

158 ページの上から 4 ~ 10 行目

誤  $1 \leq k \leq m$  を満たす整数  $k$  に対し、 $m+1 \leq \sigma(k) \leq m+n$  ならば、 $r_{1\sigma(1)} r_{2\sigma(2)} \cdots r_{(m+n)\sigma(m+n)} = 0$  となる。

よって、 $m+1 \leq k \leq m+n$  に対し、 $1 \leq \sigma(k) \leq m$  ならば、 $r_{1\sigma(1)} r_{2\sigma(2)} \cdots r_{(m+n)\sigma(m+n)} = 0$  となる。

ゆえに、右辺の和は  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & \cdots & m \\ i_1 & i_2 & \cdots & i_m \end{pmatrix}$  と  $\begin{pmatrix} m+1 & m+2 & \cdots & m+n \\ i_{m+1} & i_{m+2} & \cdots & i_{m+n} \end{pmatrix}$  という形の置換に分解して考えればよい。

$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \cdots & m \\ i_1 & i_2 & \cdots & i_m \end{pmatrix}$ ,  $\sigma_2 = \begin{pmatrix} m+1 & m+2 & \cdots & m+n \\ i_{m+1} & i_{m+2} & \cdots & i_{m+n} \end{pmatrix}$  とすると

正  $m+1 \leq k \leq m+n$  を満たす整数  $k$  に対し、 $1 \leq \sigma(k) \leq m$  ならば、 $r_{1\sigma(1)} r_{2\sigma(2)} \cdots r_{(m+n)\sigma(m+n)} = 0$  となる。

よって、 $1 \leq k \leq m$  ならば  $1 \leq \sigma(k) \leq m$ ,  $m+1 \leq k \leq m+n$  ならば  $m+1 \leq \sigma(k) \leq m+n$  となる置換に関して

のみ考えればよいから、右辺の和は  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & \cdots & m \\ u_1 & u_2 & \cdots & u_m \end{pmatrix}$  と  $\begin{pmatrix} m+1 & m+2 & \cdots & m+n \\ v_{m+1} & v_{m+2} & \cdots & v_{m+n} \end{pmatrix}$  という形の置換に分解して考えればよい。

$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \cdots & m \\ u_1 & u_2 & \cdots & u_m \end{pmatrix}$ ,  $\sigma_2 = \begin{pmatrix} m+1 & m+2 & \cdots & m+n \\ v_{m+1} & v_{m+2} & \cdots & v_{m+n} \end{pmatrix}$  とすると

163 ページの上から 2 つ目の側注

誤 69 ページより。 正 67 ページより。

164 ページの上から16行目

$$\text{誤 } \sigma\tau(l) = \begin{cases} \tau(l) & (l \neq i, j \text{ のとき}) \\ \tau(j) & (l = i \text{ のとき}) \\ \tau(i) & (l = j \text{ のとき}) \end{cases} \quad \text{正 } \sigma\tau(l) = \begin{cases} \sigma(l) & (l \neq i, j \text{ のとき}) \\ \sigma(j) & (l = i \text{ のとき}) \\ \sigma(i) & (l = j \text{ のとき}) \end{cases}$$

164 ページの下から4行目

$$\text{誤 } (2) \text{ の等式において, } \tau = \rho^{-1} \text{ とすると } E = E(\sigma)E(\sigma^{-1})$$

$$\text{正 } (2) \text{ の等式において, } \tau = \sigma^{-1} \text{ とすると } E = E(\sigma)E(\sigma^{-1})$$

166 ページ解答の下から2~9行目

誤  $\det(A) = \pm 1$  とすると,  $\det(A) \neq 0$  より行列  $A$  は正則であるから, 行列  $A$  の逆行列  $A^{-1}$  が存在して,  $AA^{-1} = E$  となる。

$$\text{このとき } \det(AA^{-1}) = \det(E)$$

$$\text{また } \det(AA^{-1}) = \det(A)\det(A^{-1}), \det(E) = 1$$

$$\text{よって } \det(A)\det(A^{-1}) = 1$$

$$\text{行列 } A \text{ の各成分は整数であるから } \det(A) = \pm 1$$

更に, 行列  $A$  の余因子行列を  $\tilde{A}$  とすると,  $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)}\tilde{A}$  であるから, 行列  $A$  の逆行列  $A^{-1}$  の各成分は整数である。

正  $\det(A) = \pm 1$  とすると,  $\det(A) \neq 0$  より行列  $A$  は正則であるから, 行列  $A$  の逆行列  $A^{-1}$  が存在する。

また, 行列  $A$  の余因子行列を  $\tilde{A}$  とすると, 行列  $A$  の各成分は整数であるから,  $\tilde{A}$  の各成分も整数である。

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)}\tilde{A} \text{ であるから, 行列 } A \text{ の逆行列 } A^{-1} \text{ の各成分は整数である。}$$

168 ページの下から12行目

$$\text{誤 } s_1 \geq t \quad \text{正 } s_1 \geq r$$

173 ページ解答の下から3行目

$$\text{誤 } c(\mathbf{v} + \mathbf{w}) = \mathbf{av} + \mathbf{aw} \quad \text{正 } c(\mathbf{v} + \mathbf{w}) = \mathbf{cv} + \mathbf{cw}$$

189 ページの下から2行目

$$\text{誤 } -p + 3q \in \mathbb{R} \quad \text{正 } -p + 2q \in \mathbb{R}$$

202 ページ問題

$$\text{誤 } \text{基本例題 } 030 \quad \text{正 } \text{基本例題 } 031$$

206 ページ **指針**

$$\text{誤 } \text{基本例題 } 084 \quad \text{正 } \text{基本例題 } 083$$

215 ページ解答の上から3行目

誤 このとき,  $\mathbf{v}_i = \mathbf{0}$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) であると仮定すると,  $x_i \neq 0$  ( $x_i \in K$ ) により,  $x_i \mathbf{v}_i = \mathbf{0}$  となるから,  $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n\}$  が1次従属であることになり, これは矛盾である。

正 このとき,  $\mathbf{v}_i = \mathbf{0}$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) であると仮定すると,  $x_i \neq 0$  ( $x_i \in K$ ) により,  $x_i \mathbf{v}_i = \mathbf{0}$  となるから,  $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n\}$  が1次従属であることになり, これは矛盾である。

215 ページ解答の上から11行目

誤  $\langle \mathbf{v}_1 \rangle \cap \langle \mathbf{v}_2 \rangle + \dots + \langle \mathbf{v}_n \rangle = \{\mathbf{0}\}$       正  $\langle \mathbf{v}_1 \rangle \cap (\langle \mathbf{v}_2 \rangle + \dots + \langle \mathbf{v}_n \rangle) = \{\mathbf{0}\}$

215 ページ解答の上から13行目

誤  $\langle \mathbf{v}_i \rangle \cap \langle \mathbf{v}_1 \rangle + \dots + \langle \mathbf{v}_{i-1} \rangle + \langle \mathbf{v}_{i+1} \rangle + \dots + \langle \mathbf{v}_n \rangle = \{\mathbf{0}\}$  が成り立つ。

正  $\langle \mathbf{v}_i \rangle \cap (\langle \mathbf{v}_1 \rangle + \dots + \langle \mathbf{v}_{i-1} \rangle + \langle \mathbf{v}_{i+1} \rangle + \dots + \langle \mathbf{v}_n \rangle) = \{\mathbf{0}\}$  が成り立つ。

218 ページ解答の上から2行目

誤 行列  $A$  の      正 行列  $A$  を

220 ページ解答の上から3行目

誤 ある3次正則行列  $P$       正 ある4次正則行列  $P$

221 ページ **参考** の上から2行目

誤 基底の存在(その2)の定理      正 基底の存在(改良版)の定理

236 ページ **指針** の上から5行目

誤  $f: \tilde{\rightarrow} W$       正  $f: V \tilde{\rightarrow} W$

237 ページ問題の下から2行目

誤  $f: W \rightarrow \mathbb{R}^2$       正 線形写像  $f: W \rightarrow \mathbb{R}^2$

241 ページ問題の最終行

誤  $f(\mathbb{R}^5)$       正  $f_A(\mathbb{R}^5)$

242 ページ解答の上から2行目

誤 同次連立1次方程式  $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$       正 同次連立1次方程式  $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$

258 ページの上から3～5行目

誤 (1)  $\mathbb{R}^2$  から  $\mathbb{R}^2$  への写像  $f \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax+b \\ cy+d \end{pmatrix}$  は,  $\forall \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  のとき  $\mathbb{R}^2$  上の線形写像であり,  $\exists \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  のとき  $\mathbb{R}^2$  上の線形写像ではない。

(2)  $\mathbb{R}^2$  から  $\mathbb{R}^2$  への線形写像  $f \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax+by \\ cx+dy \end{pmatrix}$  を考える。

正 (1)  $\mathbb{R}^2$  から  $\mathbb{R}^2$  への写像  $f \left( \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} ax+b \\ cy+d \end{pmatrix}$  は,  $\forall \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  のとき  $\mathbb{R}$  上の線形写像であり,  $\exists \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  のとき  $\mathbb{R}$  上の線形写像ではない。

(2)  $\mathbb{R}^2$  から  $\mathbb{R}^2$  への線形写像  $f \left( \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} ax+by \\ cx+dy \end{pmatrix}$  を考える。

258 ページの上から7行目

誤 (イ)  $g \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phantom{u} \\ \phantom{v} \end{pmatrix}$  は,  $f$  の逆写像である。 正 (イ)  $g \left( \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} \phantom{u} \\ \phantom{v} \end{pmatrix}$  は,  $f$  の逆写像である。

262 ページの上から7行目

誤  $= 2n - \{n - \dim \text{Ker}(f_B)\}$  正  $= 2n - \{n - \dim f_B(K^n)\}$

262 ページの上から8行目

次の数式を丸ごと削除する。

$$= n + \dim \text{Ker}(f_B)$$

262 ページの下から3行目

次の数式を丸ごと削除する。

$$= n + \dim \text{Ker}(f_{BA})$$

264 ページの下から5行目

誤  $(x = {}^t[x \ y \ z \ w])$  正  $(\mathbf{x} = {}^t[x \ y \ z \ w])$

269 ページの下から4行目

誤 行列  $A$  の簡約階段形は  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  正 行列  $A$  の簡約階段形は  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

276 ページ (指針) の最終行

誤 基本例題 116, 117 正 基本例題 117, 118

277 ページの下から3行目

$$\begin{array}{l} \text{誤} \\ \text{正} \end{array} \begin{array}{l} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

278 ページ重要例題067 解答(3)

(3)の解答を、次に丸ごとさしかえる。

(3) (1)で求めた表現行列  $A$  に対し、同次連立1次方程式  $A\mathbf{x}=\mathbf{0}$  ( $\mathbf{x}={}^t[x \ y \ z \ u \ v]$ ) を解くと、(2)より、 $z=a_1$ ,  $u=a_2$ ,  $v=a_3$  を任意定数として

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ u \\ v \end{bmatrix} = a_1 \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + a_2 \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + a_3 \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

よって、 $\text{Ker}(f_A)$  は  $\left\{ \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$  を基底にもつ。

$$\varphi^{-1}\left(\begin{bmatrix} -3 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = -3\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3, \quad \varphi^{-1}\left(\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_4, \quad \varphi^{-1}\left(\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = 2\mathbf{v}_1 - 3\mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_5 \text{ である}$$

から、 $\text{Ker}(f)$  は  $\{-3\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_4, 2\mathbf{v}_1 - 3\mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_5\}$  を基底にもつ。

282 ページの下から9行目

$$\text{誤 } j-m \leq (l+1) - l = 1 \quad \text{正 } j-m < (l+1) - l = 1$$

301 ページの下から6行目

誤 基本例題084      正 基本例題083

309 ページの上から7～10行目

$$\begin{aligned}
 \text{誤 } \det(A^*) &= \sum_{\sigma} \overline{a_{\sigma(1)1}} \overline{a_{\sigma(2)2}} \cdots \overline{a_{\sigma(n)n}} \\
 &= \sum_{\sigma} \overline{a_{\sigma(1)1} a_{\sigma(2)2} \cdots a_{\sigma(n)n}} \\
 &= \sum_{\sigma} \overline{a_{\sigma(1)1} a_{\sigma(2)2} \cdots a_{\sigma(n)n}} \\
 &= \sum_{\sigma^{-1}} \overline{a_{1\sigma^{-1}(1)} a_{2\sigma^{-1}(2)} \cdots a_{n\sigma^{-1}(n)}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{正 } \det(A^*) &= \sum_{\sigma} \operatorname{sgn}(\sigma) \overline{a_{\sigma(1)1}} \overline{a_{\sigma(2)2}} \cdots \overline{a_{\sigma(n)n}} \\
 &= \sum_{\sigma} \operatorname{sgn}(\sigma) \overline{a_{\sigma(1)1} a_{\sigma(2)2} \cdots a_{\sigma(n)n}} \\
 &= \sum_{\sigma} \operatorname{sgn}(\sigma) \overline{a_{\sigma(1)1} a_{\sigma(2)2} \cdots a_{\sigma(n)n}} \\
 &= \sum_{\sigma^{-1}} \operatorname{sgn}(\sigma^{-1}) \overline{a_{1\sigma^{-1}(1)} a_{2\sigma^{-1}(2)} \cdots a_{n\sigma^{-1}(n)}}
 \end{aligned}$$

311 ページ **指針**

誤 286 ページ      正 288 ページ

311 ページの3つ目の側中

誤 ◀(H2)[2]より。      正 ◀(H1)[2]より。

328 ページ重要例題076 **別解**の上から1行目誤  $(1 \leq l \leq m)$       正  $(1 \leq m \leq k)$ 

328 ページ重要例題077 問題上から1, 2行目

誤 任意の  $w \in W$  について  $Aw \in W$  である      正 任意の  $v \in W$  について  $Av \in W$  である

329 ページ重要例題085 のレベル

誤 1      正 2

340 ページの下から8行目

誤  $P^{-1}AP$  を      正  $P^{-1}AP$  が

342 ページ解答の上から4行目

$$\text{誤 } = \begin{vmatrix} 1 & -1 & t+4 \\ 0 & t-3 & t-3 \\ 0 & t-3 & (t-3)(t-5) \end{vmatrix} = (t-3)^2 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & t-5 \end{vmatrix} = (t-3)^2(t-6)$$

$$\text{正 } = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -t+4 \\ 0 & t-3 & t-3 \\ 0 & t-3 & (t-3)(t-5) \end{vmatrix} = (t-3)^2 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & t-5 \end{vmatrix} = (t-3)^2(t-6)$$

344 ページ解答の上から5行目

$$\text{誤} = \begin{vmatrix} 1 & -t & -2 \\ 0 & t^2+1 & 2t+2 \\ 0 & -2t-2 & t-4 \end{vmatrix} = (t^2+1)(2t+2) - (2t+2)(-2t-2) = t(t^2+9)$$

$$\text{正} = \begin{vmatrix} 1 & -t & -2 \\ 0 & t^2+1 & 2t+2 \\ 0 & -2t-2 & t-4 \end{vmatrix} = (t^2+1)(t-4) - (2t+2)(-2t-2) = t(t^2+9)$$

347 ページ例題タイトル

誤 正定値をとる      正 正定値である

347 ページ側注

誤 ◀基本例題143(3)より。      正 ◀基本例題143(4)より。

348 ページの上から8行目

$$\text{誤} \quad \boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_x \end{bmatrix} \quad \text{正} \quad \boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

348 ページの上から11行目

$$\text{誤} = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n] \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_x \end{bmatrix} \quad \text{正} = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n] \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

357 ページの上から11行目

$$\text{誤} \quad a_{11}'x'^2 + a_{22}'y'^2 + a_{33}'z'^2 + b_1'x + b_2'y + b_3'z + c = 0$$

$$\text{正} \quad a_{11}'x'^2 + a_{22}'y'^2 + a_{33}'z'^2 + b_1'x' + b_2'y' + b_3'z' + c = 0$$

373 ページの上から1行目

$$\text{誤} \quad \left\{ \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix} \right\} \quad \text{正} \quad \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix} \right\}$$

373 ページの上から7行目

$$\text{誤} \quad Q = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{正} \quad Q = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

373 ページの下から1~3行目

誤 よって,  $P=Q \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 7 & 4 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$  とすると,  $P^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -4 & 10 & 3 \\ 7 & -17 & -5 \end{bmatrix}$  であるから

$$P^{-1}AP = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad P^{-1}BP = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

したがって, 求める  $P$  は  $P = \begin{bmatrix} -1 & 7 & 4 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

正 よって,  $P=Q \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$  とすると,  $P^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -4 & 10 & 3 \\ 7 & -17 & -5 \end{bmatrix}$  であるから

$$P^{-1}AP = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad P^{-1}BP = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

したがって, 求める  $P$  は  $P = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

386 ページの上から1行目

誤 実際,  $W_0$  の基底と  $W_1$  の基底と  $W_2$  の基底を並べて      正 実際,  $W_1$  の基底と  $W_2$  の基底を並べて

390 ページの上から4行目

誤 固有値は1(重複度2), 3(重複度)      正 固有値は1(重複度2), 3(重複度1)

394 ページ **指針**

誤 重要例題 081      正 重要例題 083

403 ページ問題

誤 任意の  $\boldsymbol{v} \in K^n$  について      正 任意の  $\mathbf{0}$  でない  $\boldsymbol{v} \in K^n$  について

410 ページ **定義** 広義固有空間の下から2行目

誤 すなわち, 行列  $A$  の固有値  $\lambda$  に対する広義固有空間とは,  $\tilde{W}_\lambda = \{\boldsymbol{v} \in V \mid (A - \lambda E)^n \boldsymbol{v} = \mathbf{0}\}$  で与えられる。

正 すなわち, 行列  $A$  の固有値  $\lambda$  に対する広義固有空間とは,  $\tilde{W}_\lambda = \{\boldsymbol{v} \in K^n \mid (A - \lambda E)^n \boldsymbol{v} = \mathbf{0}\}$  で与えられる。

411 ページ **指針**の上から2行目

誤 406 ページ      正 407 ページ

425 ページ **指針**の上から1行目

誤 (1), (3), (4) は基本例題 179 ~ 基本例題 182 と同様にして求める。

正 (1), (3), (4) は基本例題 181 ~ 基本例題 184 と同様にして求める。

433 ページ解答の下から1～4行目

誤 これを行基本変形すると

$$\left[ \begin{array}{ccccc|c} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & b_1 - b_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & b_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_2 - b_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_2 - b_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_2 - b_5 \end{array} \right]$$

よって、連立1次方程式  $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$  が解をもつための定数項ベクトル  $\mathbf{b}$  の条件は

$$b_2 - b_3 = 0 \quad \text{かつ} \quad b_2 - b_4 = 0 \quad \text{かつ} \quad b_2 - b_5 = 0$$

ゆえに  $b_2 = b_3 = b_4 = b_5$  ……①

正 これを行基本変形すると

$$\left[ \begin{array}{ccccc|c} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & b_1 - b_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & b_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_2 - b_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_2 - b_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_5 \end{array} \right]$$

よって、連立1次方程式  $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$  が解をもつための定数項ベクトル  $\mathbf{b}$  の条件は

$$b_2 - b_3 = 0 \quad \text{かつ} \quad b_2 - b_4 = 0 \quad \text{かつ} \quad b_5 = 0$$

ゆえに  $b_2 = b_3 = b_4$  かつ  $b_5 = 0$  ……①

439 ページの下から2行目

誤  $\mathbf{d} = \begin{bmatrix} -p-r \\ r \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + s \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + u \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

正  $\mathbf{d} = \begin{bmatrix} -p-r \\ r \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \alpha \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \gamma \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

440 ページの上から2～4行目

誤  $-p-r+t=0$  かつ  $t=0$ ゆえに  $p+r=0$  かつ  $t=0$ 

例えば,  $s=0, u=0$  とすると  $\mathbf{d} = r \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

正  $-p-r+\beta=0$  かつ  $\beta=0$ ゆえに  $p+r=0$  かつ  $\beta=0$ 

例えば,  $\alpha=0, \gamma=0$  とすると  $\mathbf{d} = r \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

443 ページの上から6行目

誤 (ウ)  $(-1)^{k+1}$       正 (ウ)  $(-1)^{k-1}$ 

443 ページの下から6行目

誤  $\{v_1, v_2, v_3\}$       正  $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$ 

445 ページ最左段の上から3行目

誤 id                      224      正 id                      225

445 ページ最右段の上から12行目

誤 最小多項式[正方行列] 368      正 最小多項式[正方行列] 369

446 ページ最右段の下から2行目

誤 変換行列                      252      正 変換行列                      253

後ろの見返しの前から1ページ目の左段の上から15～27行目

誤・**クラメールの公式**  $n$ 個の未知数についての、 $n$ 個の方程式からなる連立1次方程式  $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$  (\*)において、係数行列  $A$  が  $n$  次の正則行列とすると、(\*)の唯一の解  $\mathbf{x}={}^t[x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n]$  は

$$x_i = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & \cdots & a_{i-1} & \mathbf{b} & a_{i+1} & \cdots & a_n \end{vmatrix}}{|A|}$$

で表される。ただし、 $a_k$  は  $A$  の  $k$  番目の列ベクトルを表し、 $[a_1 \ \cdots \ a_{i-1} \ \mathbf{b} \ a_{i+1} \ \cdots \ a_n]$  は  $A$  の  $i$

列目を  $\mathbf{b}$  に取り替えて得られる  $n$  次正則行列である。 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix}$  ならば  $x = \frac{\begin{vmatrix} p & b \\ q & d \end{vmatrix}}{ad-bc} = \frac{pd-bq}{ad-bc}$ ,

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a & p \\ c & q \end{vmatrix}}{ad-bc} = \frac{aq-pc}{ad-bc} \text{ と求められる。}$$

正・**クラメールの公式**  $n$ 個の未知数についての、 $n$ 個の方程式からなる連立1次方程式  $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$  (\*)において、係数行列  $A$  を  $n$  次の正則行列とすると、(\*)の唯一の解  $\mathbf{x}={}^t[x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n]$  は

$$x_i = \frac{\det[a_1 \ \cdots \ a_{i-1} \ \mathbf{b} \ a_{i+1} \ \cdots \ a_n]}{|A|}$$

で表される。ただし、 $a_i$  は  $A$  の  $i$  番目の列ベクトルを表し、 $[a_1 \ \cdots \ a_{i-1} \ \mathbf{b} \ a_{i+1} \ \cdots \ a_n]$  は  $A$  の  $i$  列

目を  $\mathbf{b}$  に取り替えて得られる  $n$  次正則行列である。 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix}$  ならば  $x = \frac{\begin{vmatrix} p & b \\ q & d \end{vmatrix}}{ad-bc} = \frac{pd-bq}{ad-bc}$ ,

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a & p \\ c & q \end{vmatrix}}{ad-bc} = \frac{aq-cp}{ad-bc} \text{ と求められる。}$$

後ろの見返しの前から2ページ目の左段の上から21行目

誤 [1] (\*) は  $V$  を形成する。 正 [1] (\*) は  $V$  を生成する。

後ろの見返しの前から3ページ目の左段の下から17行目

誤 (1) (交代性)  $\mathbf{v} \times \mathbf{w} = \mathbf{w} \times \mathbf{v}$  正 (1) (交代性)  $\mathbf{v} \times \mathbf{w} = -\mathbf{w} \times \mathbf{v}$