前見返し 2 ページ目右段下から 4 行目

誤　$\displaystyle\int\cosh ax\,dx=\frac{1}{a}\sinh x$　　正　$\displaystyle\int\cosh ax\,dx=\frac{1}{a}\sinh ax$

5 ページ基本例題 007 の例題タイトル

誤　自然数 n で表された式の上限・下限　　正　自然数 n で表された集合の上限・下限

5 ページ基本例題 008 の例題タイトル

誤　有理数の稠密性と条件を満たす有理数　　正　条件を満たす有理数

10 ページ基本例題 007 の例題タイトル

誤　自然数 n で表された式の上限・下限　　正　自然数 n で表された集合の上限・下限

10 ページ基本例題 008 の例題タイトル

誤　有理数の稠密性と条件を満たす有理数　　正　条件を満たす有理数

10 ページ基本例題 008 問題文

誤　次の条件を満たす有理数 a をそれぞれ 1 つ求めよ。

(1)　$1.4142<\sqrt{2}<1.4143$ とするとき，$|\sqrt{2}-a|<0.001$ を満たす。

(2)　$3.141<\pi<3.142$ とするとき，開区間 $(\pi,\ \pi+0.01)$ に属する a。

正　(1)　$1.4142<\sqrt{2}<1.4143$ であることを用いて，$|\sqrt{2}-a|<0.001$ を満たす有理数 a を 1 つ求めよ。

(2)　$3.141<\pi<3.142$ であることを用いて，開区間 $(\pi,\ \pi+0.01)$ に属する有理数 a を 1 つ求めよ。

10 ページ基本例題 008 指針

誤　有理数の **稠密性** に関する定理「空集合でない開区間には，少なくとも 1 つ有理数が存在する」をもとに，題意の有理数を探す。なお，有理数とは有限小数のことである。

正　評価により，有理数 a を探す。

10 ページ基本例題 008 (1) 解答の上から 1 行目

次の文言を削除する。

求める有理数の 1 つを a とする。

10 ページ基本例題 008 (2) 解答の上から 1 行目

次の文言を削除する。

求める有理数の 1 つを a とすると

11 ページ 参考 の上から 1，2 行目

誤　ε と 1 に対して，　　正　ε と $\dfrac{1}{3}$ に対して，

14 ページ側注のアルキメデスの原理の上から 2 行目
誤　任意の正の実数 b　　正　任意の実数 b

17 ページ上から 6 行目
誤　$0 \leqq a_n < \varepsilon$,　　正　$-\varepsilon < a_n < \varepsilon$,

18 ～ 19 ページ解答
解答の文言を，次の文言に丸ごとさしかえる。

(1)　$a_n = \dfrac{(-1)^n}{2}$ とし，数列 $\{a_n\}$ が実数の定数 α に収束すると仮定する。

このとき，ある自然数 N が存在し，$n \geqq N$ であるすべての自然数 n について $|a_n - \alpha| < \dfrac{1}{2}$ が成り立つ。

特に，$|a_N - \alpha| < \dfrac{1}{2}$ かつ $|a_{N+1} - \alpha| < \dfrac{1}{2}$ である。

ところが　$|a_N - a_{N+1}| = \left|\dfrac{(-1)^N}{2} - \dfrac{(-1)^{N+1}}{2}\right| = \left|(-1)^N\left\{\dfrac{1}{2} - \left(-\dfrac{1}{2}\right)\right\}\right| = 1$

より　$$|a_{N+1} - \alpha| = |(a_N - \alpha) - (a_N - a_{N+1})| \geqq ||a_N - \alpha| - |a_N - a_{N+1}|| \geqq 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

これは，$|a_{N+1} - \alpha| < \dfrac{1}{2}$ に矛盾である。

したがって，与えられた数列は収束しない。　■

(2)　$a_n = 2n$ とし，数列 $\{a_n\}$ が実数の定数 α に収束すると仮定する。

このとき，ある自然数 N が存在し，$n \geqq N$ であるすべての自然数 n について $|a_n - \alpha| < 1$ が成り立つ。

特に，$|a_N - \alpha| < 1$ かつ $|a_{N+1} - \alpha| < 1$ である。

ところが　$|a_N - a_{N+1}| = |2N - 2(N+1)| = 2$

より　$$|a_{N+1} - \alpha| = |(a_N - \alpha) - (a_N - a_{N+1})| \geqq ||a_N - \alpha| - |a_N - a_{N+1}|| \geqq 2 - 1 = 1$$

これは，$|a_{N+1} - \alpha| < 1$ に矛盾である。

したがって，与えられた数列は収束しない。　■

(3)　$a_n = (-1)^n n$ とし，数列 $\{a_n\}$ が実数の定数 α に収束すると仮定する。

このとき，ある自然数 N が存在し，$n \geqq N$ であるすべての自然数 n について $|a_n - \alpha| < 1$ が成り立つ。

特に，$|a_N - \alpha| < 1$ かつ $|a_{N+1} - \alpha| < 1$ である。

ところが　$$|a_N - a_{N+1}| = |(-1)^N N - (-1)^{N+1}(N+1)| = |(-1)^N\{N - (-1)(N+1)\}| = 2N + 1$$

より　$$|a_{N+1} - \alpha| = |(a_N - \alpha) - (a_N - a_{N+1})| \geqq ||a_N - \alpha| - |a_N - a_{N+1}|| \geqq (2N+1) - 1 = 2N \geqq 1$$

これは，$|a_{N+1} - \alpha| < 1$ に矛盾である。

したがって，与えられた数列は収束しない。　■

19 ページ 研究

研究 を丸ごと削除し，新たに次の 補足 を追加する。

補足　(2)，(3) の数列は有界ではないから，後の基本例題 020 で扱う収束数列の有界性の定理(詳しくは「数研講座シリーズ　大学教養　微分積分」の 32 ページを参照)により，直ちに収束しないことがわかる。

21 ページ (1) 解答の上から 4 行目

誤　任意の負の実数 m　　正　任意の実数 m

21 ページ (4) 解答の下から 2 行目

誤　任意の正の実数 m　　正　任意の実数 m

22 ページ (1) 解答の上から 2 行目

誤　$\varepsilon=\dfrac{\alpha-b}{2}$ とおくと，　　正　$\varepsilon=\alpha-b$ とおくと，

22 ページ (1) 解答の下から 3 行目

誤　$a_N>\alpha-\varepsilon=\alpha-\dfrac{\alpha-b}{2}=\dfrac{\alpha+b}{2}>\dfrac{b+b}{2}=b$　　正　$a_N>\alpha-\varepsilon=\alpha-(\alpha-b)=b$

22 ページ (2) 解答の上から 2 行目

誤　$\varepsilon=\dfrac{b-\alpha}{2}$ とおくと，　　正　$\varepsilon=b-\alpha$ とおくと，

22 ページ (2) 解答の下から 3 行目

誤　$a_N<\alpha+\varepsilon=\alpha+\dfrac{b-\alpha}{2}=\dfrac{\alpha+b}{2}<\dfrac{b+b}{2}=b$　　正　$a_N<\alpha+\varepsilon=\alpha+(b-\alpha)=b$

24 ページ (3) 解答の上から 2 行目

誤　$a_{n+1}-\sqrt{2}=\dfrac{a_n{}^2-2\sqrt{2}\,a_n+2}{2a_n}=\dfrac{(a_n-\sqrt{2})^2}{2a_n}\leqq\dfrac{a_n-\sqrt{2}}{2a_n}(a_n-\sqrt{2})$

正　$a_{n+1}-\sqrt{2}=\dfrac{a_n{}^2-2\sqrt{2}\,a_n+2}{2a_n}=\dfrac{(a_n-\sqrt{2})^2}{2a_n}=\dfrac{a_n-\sqrt{2}}{2a_n}(a_n-\sqrt{2})$

24 ページ (3) 解答の上から 3 行目

誤　(1) より，$0\leqq\dfrac{a_n-\sqrt{2}}{2a_n}\leqq\dfrac{a_n}{2a_n}=\dfrac{1}{2}$ であるから

正　(1) より，$0\leqq\dfrac{a_n-\sqrt{2}}{2a_n}<\dfrac{a_n}{2a_n}=\dfrac{1}{2}$ であるから

27 ページ 参考 の下から 1，2 行目

誤　よって，$\theta_{n+1}=\dfrac{\theta_n}{2}$ であり，$\theta_1=\dfrac{\pi}{6}$ であるから　$\theta_n=\dfrac{\pi}{6}\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$

　したがって　$a_n=2\cos\left\{\dfrac{\pi}{6}\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}\right\}$

正　よって，$\theta_{n+1}=\dfrac{\theta_n}{2}$ であり，$\theta_1=\dfrac{\pi}{3}$ であるから　$\theta_n=\dfrac{\pi}{3}\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$

　したがって　$a_n=2\cos\left\{\dfrac{\pi}{3}\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}\right\}$

29 ページ重要例題 001 (2) 解答

誤　閉区間 $[a, b]$ は　　正　開区間 (a, b) は

38 ページ解答の下から 6 行目

誤　$\displaystyle\lim_{k\to\infty}\frac{k^{m-1}}{1-k}|a_2-a_1|=0$ であるから，　　正　$\displaystyle\lim_{m\to\infty}\frac{k^{m-1}}{1-k}|a_2-a_1|=0$ であるから，

39 ページ重要例題 017 の例題タイトル

誤　数列 $\{a_n\}$ の関数 $f(a_n)$ の極限　　正　点列 $f(a_n)$ の極限

49 ページ基本例題 031 の指針の上から 6 行目

誤　関数 $f(x)$，$g(x)$ および実数 a について，$\displaystyle\lim_{x\to a}f(x)=b$，$\displaystyle\lim_{x\to b}g(x)=\alpha$ とする。

正　関数 $f(x)$，$g(x)$ について，$\displaystyle\lim_{x\to a}f(x)=b$，$\displaystyle\lim_{x\to b}g(x)=\alpha$ とし，$g(x)$ は $x=b$ で連続とする。

51 ページ上から 1 行目

上から 1 行目に次の文言を追加する。

$g(x)$ は $x=b$ で連続であるから　$g(b)=\alpha$

よって，$|x-b|<\delta_1$ であるすべての x について $|g(x)-\alpha|<\varepsilon$ が成り立つ。

55 ページの上から 13 行目

誤　$\leqq(|f(a)+1+|g(a)|)\dfrac{\varepsilon}{|f(a)|+|g(a)|+1}=\varepsilon$

正　$\leqq(|f(a)|+1+|g(a)|)\dfrac{\varepsilon}{|f(a)|+|g(a)|+1}=\varepsilon$

57 ページ解答の下から 2 行目

誤　よって　$\displaystyle\lim_{x\to1-0}\sqrt{1-x}=0=\sqrt{1-0}$　　正　よって　$\displaystyle\lim_{x\to1-0}\sqrt{1-x}=0$

73 ページ重要例題 017 の例題タイトル

誤　数列 $\{a_n\}$ の関数 $f(a_n)$ の極限　　正　点列 $f(a_n)$ の極限

73 ページ重要例題 017 問題文

誤　関数 $f(x)$ について，$\lim_{x\to a} f(x)=\alpha$ であるとする。このとき，$f(x)$ の定義域内の，$\lim_{n\to\infty} a_n=a$ を満たす任意の数列 $\{a_n\}$ について $\lim_{n\to\infty} f(a_n)=\alpha$ となることを示せ。

正　関数 $f(x)$ について，$\lim_{x\to a} f(x)=\alpha$ であるための必要十分条件は，$f(x)$ の定義域内の $\lim_{n\to\infty} a_n=a$ を満たす任意の数列 $\{a_n\}$ について $\lim_{n\to\infty} f(a_n)=\alpha$ となることを示せ。

73 ページ $\boxed{\text{指針}}$

$\boxed{\text{指針}}$の文言を，次の文言に丸ごとさしかえる。

必要性と十分性に分けて示す。なお，十分性は背理法を利用して示す。

73 ページ解答

解答の文言を，次の文言に丸ごとさしかえる。

$\lim_{x\to a} f(x)=\alpha$ であるならば，関数 $f(x)$ の定義域内の $\lim_{n\to\infty} a_n=a$ を満たす任意の数列 $\{a_n\}$ について $\lim_{n\to\infty} f(a_n)=\alpha$ となることを示す。

$\lim_{x\to a} f(x)=\alpha$ から，任意の正の実数 ε に対して，ある正の実数 δ が存在して，$f(x)$ の定義域内の $0<|x-a|<\delta$ であるすべての x について $|f(x)-\alpha|<\varepsilon$ となる。

また，$\lim_{n\to\infty} a_n=a$ から，上で定めた δ に対し，ある自然数 N が存在して，$n\geqq N$ であるすべての自然数 n について

$$|a_n-a|<\delta$$

このとき，$n\geqq N$ であるすべての自然数 n について，$|f(a_n)-\alpha|<\varepsilon$ が成り立つ。

したがって，$\lim_{x\to a} f(x)=\alpha$ であるならば，関数 $f(x)$ の定義域内の $\lim_{n\to\infty} a_n=a$ を満たす任意の数列 $\{a_n\}$ について $\lim_{n\to\infty} f(a_n)=\alpha$ となる。

逆に，関数 $f(x)$ の定義域内の $\lim_{n\to\infty} a_n=a$ を満たす数列 $\{a_n\}$ について $\lim_{n\to\infty} f(a_n)=\alpha$ であるならば $\lim_{x\to a} f(x)=\alpha$ であることを示す。

$\lim_{x\to a} f(x)=\alpha$ でないと仮定する。

すなわち，$x\longrightarrow a$ のとき $f(x)\longrightarrow\alpha$ が成り立たないと仮定する。

このとき，ある正の実数 ε が存在して，任意の正の実数 δ に対し，次の 2 つの不等式を満たす $f(x)$ の定義域内の x が存在する。

$$|x-a|<\delta,\ |f(x)-\alpha|\geqq\varepsilon$$

ここで，n を自然数として，$\delta=\dfrac{1}{n}$ とし，この δ に対応して存在する x のうちの 1 つを x_n と表記すると，

$|x_n-a|<\dfrac{1}{n}$ であるから，数列 $\{x_n\}$ は a に収束するが，$|f(x_n)-\alpha|\geqq\varepsilon$ であるから，数列 $\{f(x_n)\}$ は α に収束しない。

これは，関数 $f(x)$ の定義域内の $\lim_{n\to\infty} a_n=a$ を満たす任意の数列 $\{a_n\}$ について $\lim_{n\to\infty} f(a_n)=\alpha$ であることに矛盾する。

したがって，関数 $f(x)$ の定義域内の $\lim_{n\to\infty} a_n=a$ を満たす任意の数列 $\{a_n\}$ について $\lim_{n\to\infty} f(a_n)=\alpha$ であるならば $\lim_{x\to a} f(x)=\alpha$ である。

以上から，証明された。　■

73 ページ側注，注意

側注，注意 を丸ごと削除する。

100ページ解答の最終行

誤　$\lim_{x\to 0} xe^{-3x}=0$　　　正　$\lim_{x\to\infty} xe^{-3x}=0$

106ページ基本例題063の例題タイトル

誤　多項式による近似(e^x)　　　正　多項式関数による近似(e^x)

121ページ 指針 の上から2～6行目

誤　(1)　微分可能ではないことを示すので，**関数の微分可能性の定義** から $x=1$ において，$\lim_{x\to 1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$ が存在しないことを示す。

(2)　関数 $f(x)$ は，$x\fallingdotseq 1$ で微分可能であるから，導関数 $f'(x)$ を求めることができる。$f'(x)=-\dfrac{2}{5}\cdot\dfrac{1}{\sqrt[5]{(x-1)^3}}$ であるから，$x>1$ のとき $f'(x)<0$，$x<1$ のとき $f'(x)>0$ である。よって，$f(x)$ は $x=1$ を境に，増加から減少に変わることがわかる。

正　(1)　微分可能ではないことを示すため，**関数の微分可能性の定義** から $x=1$ において，$\lim_{x\to 1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$ が存在しないことを示す。

(2)　$x\fallingdotseq 1$ のとき $f(x)<1$ であり，$f(1)=1$ であることに着目する。

121ページ(2)解答

解答の文言を，次の文言に丸ごとさしかえる。

$x\fallingdotseq 1$ のとき　　$f(x)<1$

また　　$f(1)=1$

よって，$x\fallingdotseq 1$ を満たすすべての x について $f(x)<f(1)$ が成り立つ。

したがって，$f(x)$ は $x=1$ において極大値をとる。　■

130ページ(2)解答の上から3行目

誤　$==\dfrac{79}{48}+\dfrac{e^{\frac{\theta}{2}}}{384}$　　　正　$=\dfrac{79}{48}+\dfrac{e^{\frac{\theta}{2}}}{384}$

136ページ基本例題069 指針 の上から2行目

誤　連続関数 $f(x)$ において，x が開区間 J 上の t についての t についての微分可能な関数 $x=x(t)$ のとき

正　連続関数 $f(x)$ において，x が開区間 J 上の t についての t についての C^1 級関数 $x=x(t)$ のとき

150ページの上から7行目

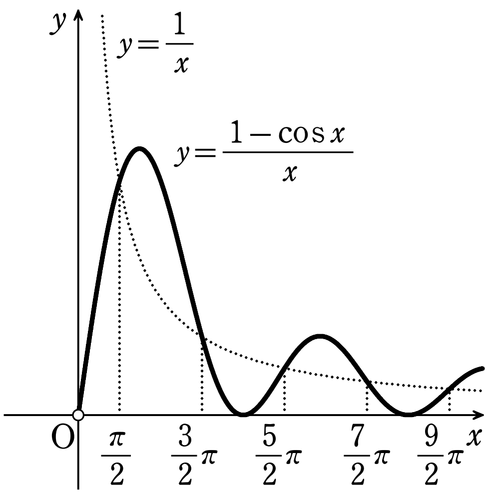
誤　$=\dfrac{1}{2}\displaystyle\int\left\{\frac{(1+\sin\theta)'}{1+\sin\theta}+\frac{(1-\sin\theta)'}{1-\sin\theta}\right\}d\theta$　　　正　$=\dfrac{1}{2}\displaystyle\int\left\{\frac{(1+\sin\theta)'}{1+\sin\theta}-\frac{(1-\sin\theta)'}{1-\sin\theta}\right\}d\theta$

152ページ問題

誤　定積分 $\int_1^3(1-x)^{-2}dx$ の値を求めよ。　　　正　広義積分 $\int_1^3(1-x)^{-2}dx$ の値を求めよ。

161 ページ 指針 の (2) に関連する図版

該当の図版を次の図版にさしかえる。



161 ページ 指針 の下から 2 行目

誤　$\dfrac{\cos x}{x}$ と $\dfrac{1}{x}$ のグラフを比較して考える。　　正　$\dfrac{1-\cos x}{x}$ と $\dfrac{1}{x}$ のグラフを比較して考える。

165 ページ問題の上から 1，2 行目

誤　正の実数の変数 p，q に対して，広義積分 $\int_0^1 x^{p-1}(1-x)^{q-1}dx$ を $B(p,\ q)$ で表すとする。

正　正の実数の変数 p，q に対して，$B(p,\ q)=\int_0^1 x^{p-1}(1-x)^{q-1}dx$ とする。

177 ページ (5) 解答の上から 1 行目

誤　$\int x^2e^{-x}dx=-x^2e^{-x}+2\int xe^{x}dx=-x^2e^{-x}+2\left(-xe^{-x}+\int e^{-x}dx\right)$

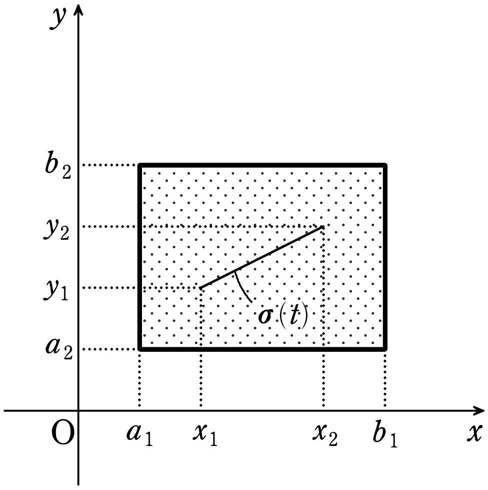
正　$\int x^2e^{-x}dx=-x^2e^{-x}+2\int xe^{-x}dx=-x^2e^{-x}+2\left(-xe^{-x}+\int e^{-x}dx\right)$

190 ページ解答の最終行

誤　$\mathbb{R}^n$　　正　$\mathbb{R}^2$

190ページ側注の2つ目の図版

該当の図版を次の図版にさしかえる。



191ページ側注の図版

誤　R　　　正　$\mathbb{R}$

193ページ問題

問題文の文言を，次の文言に丸ごとさしかえる。

$\mathbb{R}^n$ の任意の部分集合 $S\subset\mathbb{R}^n$ について，S に含まれる(包含関係に関して)最大の開集合を S° で表すことにする。

(1)　次の等式を示せ。$S^\circ=\{x\in S \mid \exists\varepsilon>0 \text{ such that } N(x,\ \varepsilon)\subset S\}$

(2)　実数 $r>0$ と $x\in\mathbb{R}^n$ について，閉球 $\{y\in\mathbb{R}^n \mid d(x,\ y)\leqq r\}$ を S としたときに，S° は開球 $N(x,\ r)$ に等しいことを示せ。

193ページ 指針 の上から1，2行目

次の文言を削除する。

「$S\subseteqq\mathbb{R}^n$」 の $\subseteqq$ は，「$S\subset\mathbb{R}^n$ かつ $S\neq\mathbb{R}^n$」 または 「$S=\mathbb{R}^n$」 が成り立つことを強調して表したもので，「$S\subset\mathbb{R}^n$」と意味は同じである。

193ページ 指針 の上から3，4行目

誤　「$\exists\varepsilon>0$ such that $B_x^-(\varepsilon)\subseteqq S$」 を訳すと 「中心 x，半径 ε の開球(x の ε 近傍)が S に含まれるような正の実数 ε が存在する」 となる。

正　「$\exists\varepsilon>0$ such that $N(x,\ \varepsilon)\subset S$」 を訳すと 「中心 x，半径 ε の開球(x の ε 近傍)が S に含まれるような正の実数 ε が存在する」 となる。

193ページ 指針 の上から7行目

誤　閉球 $B_x^+(\varepsilon)$ は開球 $B_x^-(\varepsilon)$ と境界 $\{y\in\mathbb{R}^n \mid d(x,\ y)=\varepsilon\}$ に交わりなく分割できる。

正　閉球 $\{y\in\mathbb{R}^n \mid d(x,\ y)\leqq r\}$ は開球 $N(x,\ r)$ と境界 $\{y\in\mathbb{R}^n \mid d(x,\ y)=r\}$ に交わりなく分割できる。

193 ページ 指針 の図版

誤　$B_x^-(\varepsilon)$　　正　$N(x,\ \varepsilon)$

誤　$B_x^-\left(\dfrac{\varepsilon}{2}\right)$　　正　$N\left(x,\ \dfrac{\varepsilon}{2}\right)$

誤　$B_y^-\left(\dfrac{\varepsilon}{2}\right)$　　正　$N\left(y,\ \dfrac{\varepsilon}{2}\right)$

誤　$B_x(\varepsilon)$　　正　$N(x,\ \varepsilon)$

193，194 ページ解答

解答の文言を，次の文言に丸ごとさしかえる。

(1)　以下では，$T=\{x\in\mathbb{R}^n \mid \exists\varepsilon>0 \text{ such that } N(x,\ \varepsilon)\subset S\}$ とする。

まず，T が開集合であることを示す。

開集合の定義から，任意の $x\in T$ に対して $N(x,\ \varepsilon)\subset T$ となる ε の存在を示せばよい。

$x\in T$ をとる。このとき，ある ε が存在して $N(x,\ \varepsilon)\subset S$ である。

また，$y\in N\left(x,\ \dfrac{\varepsilon}{2}\right)$，$z\in N\left(y,\ \dfrac{\varepsilon}{2}\right)$ とすると

$$d(x,\ z)\leqq d(x,\ y)+d(y,\ z)<\frac{\varepsilon}{2}+\frac{\varepsilon}{2}=\varepsilon$$

ゆえに，$N\left(y,\ \dfrac{\varepsilon}{2}\right)\subset N(x,\ \varepsilon)\subset S$ であるから　$y\in T$

よって　$N\left(x,\ \dfrac{\varepsilon}{2}\right)\subset T$

すなわち，T は開集合である。

次に，これが最大の開集合であることを示す。

T' を S に含まれる任意の開集合とし，$T'\subset T$ を示す。

このとき，$x\in T'$ に対して，ある ε が存在して，$N(x,\ \varepsilon)\subset T'$ が成り立つ。

$T'\subset S$ より，$N(x,\ \varepsilon)\subset S$ であるから　$x\in T$

したがって，$T'\subset T$ となるから，T は最大の開集合である。

すなわち　$S^\circ=T$　■

(2)　(1) を用いて証明する。$S=\{y\in\mathbb{R}^n \mid d(x,\ y)\leqq r\}$ としたとき，$N(x,\ r)=S^\circ$ となることを示す。

S° は S に含まれる最大の開集合であるから　$S^\circ\supset N(x,\ r)$

S は，$N(x,\ r)$ と S における $N(x,\ r)$ の補集合 $S\setminus N(x,\ r)$ に交わりなく分けられるから，それぞれについて S° に含まれることを確かめる。

まず，$y\in N(x,\ r)$ であれば，$N(y,\ r-d(x,\ y))\subset S$ であり，$y\in S^\circ$ である。

したがって　$N(x,\ r)\subset S^\circ$

また，$y\in S\setminus N(x,\ r)$ であれば，$d(x,\ y)=r$ である。

このとき，どのような $\varepsilon>0$ に対しても，$N(y,\ \varepsilon)\subset S$ とはならない。

実際，$\varepsilon'=\dfrac{\varepsilon}{2}$ ととり，$z=y+\dfrac{\varepsilon'}{d(x,\ y)}(y-x)$ とすると，$z\in N(y,\ \varepsilon)$ であり

$$\begin{aligned} d(x,\ z)&=d(x,\ y)+d(y,\ z)\\ &=d(x,\ y)+\frac{\varepsilon'}{d(x,\ y)}d(x,\ y)\\ &=d(x,\ y)+\varepsilon'\\ &>d(x,\ y)=r \end{aligned}$$

となるから　$z\notin S$

したがって　$z\notin S^\circ$

よって，$N(x,\ r)\subset S^\circ\subset S=N(x,\ r)\cup(S\setminus N(x,\ r))$ であり，かつ $(S\setminus N(x,\ r))\cap S^\circ=\varnothing$ であるから

$N(x,\ r)=S^\circ$　■

194 ページ図版(2 つとも)

誤　$B_\varepsilon(x)$　　正　S

194 ページ 注意

注意の文言を，次の文言に丸ごとさしかえる。

p.189 の ⑪ で示したように，$S\setminus N(x,\ r)$ は，S を全体集合としたときの $N(x,\ r)$ の補集合を表す。

198 ページ解答の上から 4 行目

誤　$=\dfrac{r^2\{r\cos^2\theta(-\cos\theta+\sin\theta)+2(2\cos^2\theta+\sin^2\theta)\}}{r^2(2\cos^2\theta+\sin^2\theta)}$

正　$=\dfrac{r^2\{r\cos^2\theta(\cos\theta+\sin\theta)+2(2\cos^2\theta+\sin^2\theta)\}}{r^2(2\cos^2\theta+\sin^2\theta)}$

203 ページ 指針 の上から 6 行目

誤　定義　**写像の連続性**　　　正　定義　**写像の連続性**

203 ページ解答の上から 1 行目

次の文言を削除する。

$a=f(r)\in U$ となる $r\in\mathbb{R}$ をとる。

203 ページ解答の最終行

誤　よって，区間 $I=(r-\delta,\ r+\delta)$ とすると　　$f(I)\subset U$　■

正　よって，区間 $I=(r-\delta,\ r+\delta)$ とすると $r\in I$ であり　　$f(I)\subset U$　■

213 ページ 参考 の下から 1，2 行目

誤　すなわち，合成写像 $(G\circ F)(x)$ の第 j 成分は $g_j(f_1(x),\ f_2(x),\ \cdots\cdots,\ f_m(x))$，つまり，$G$ の第 j 成分である $g_j(y)$ に $y=f_1(x),\ f_2(x),\ \cdots\cdots,\ f_m(x)$ を代入してできた合成関数である。

正　すなわち，合成写像 $(G\circ F)(x)$ の第 j 成分は $g_j(f_1(x),\ f_2(x),\ \cdots\cdots,\ f_m(x))$，つまり，$G$ の第 j 成分である $g_j(y)$ に $y=(f_1(x),\ f_2(x),\ \cdots\cdots,\ f_m(x))$ を代入してできた合成関数である。

215 ページ 指針

指針の文言を，次の文言に丸ごとさしかえる。

必要性と十分性に分けて示す。なお，十分性は背理法を利用して示す。

215 ページ解答の上から 1，2 行目

誤　$\displaystyle\lim_{(x,\ y)\to(a,\ b)} f(x,\ y)=\alpha$ であるならば，関数 $f(x,\ y)$ の定義域内の $(a,\ b)$ に収束する任意の点列 $(a_n,\ b_n)$ について，$\displaystyle\lim_{n\to\infty} f(a_n,\ b_n)=\alpha$ となる。

正　$\displaystyle\lim_{(x,\ y)\to(a,\ b)} f(x,\ y)=\alpha$ であるならば，関数 $f(x,\ y)$ の定義域内の $(a,\ b)$ に収束する任意の点列 $(a_n,\ b_n)$ について，$\displaystyle\lim_{n\to\infty} f(a_n,\ b_n)=\alpha$ となることを示す。

$\displaystyle\lim_{(x,\ y)\to(a,\ b)} f(x,\ y)=\alpha$ であるならば，任意の正の実数 ε に対して，ある正の実数 δ が存在して，関数 $f(x,\ y)$ の定義域内の，$(x,\ y)\in N((a,\ b),\ \delta)$ かつ $(x,\ y)\neq(a,\ b)$ を満たすすべての $(x,\ y)$ について $|f(x,\ y)-\alpha|<\varepsilon$ となる。

また，点列 $(a_n,\ b_n)$ は $(a,\ b)$ に収束するから，ある自然数 N が存在して，$n\geqq N$ であるすべての自然数 n について　$\sqrt{|a_n-a|^2+|b_n-b|^2}<\delta$

よって，$n\geqq N$ であるすべての自然数 n について，$|f(a_n,\ b_n)-\alpha|<\varepsilon$ が成り立つ。

したがって，$\displaystyle\lim_{(x,\ y)\to(a,\ b)} f(x,\ y)=\alpha$ であるならば，関数 $f(x,\ y)$ の定義域内の $(a,\ b)$ に収束する任意の点列 $(a_n,\ b_n)$ について，$\displaystyle\lim_{n\to\infty} f(a_n,\ b_n)=\alpha$ となる。

226 ページの上から 6 行目

誤　$\displaystyle =(2u+v)\frac{\partial f}{\partial x}(u^2+uv,\ 1+v^2)+\frac{\partial}{\partial v}f(u^2+uv,\ 1+v^2)$

正　$\displaystyle =(2u+v)\frac{\partial f}{\partial x}(u^2+uv,\ 1+v^2)$

226 ページの下から 2，3 行目

下から 2，3 行目の間に次の数式を追加する。

$$\frac{\partial}{\partial v}f(u^2+uv,\ 1+v^2)$$

227 ページ解答の上から 6 行目

誤　$\displaystyle\lim_{h\to-0}\frac{k(h)-k(0)}{h}=\lim_{h\to+0}\frac{he^{-h}}{h}=1$　　正　$\displaystyle\lim_{h\to-0}\frac{k(h)-k(0)}{h}=\lim_{h\to-0}\frac{he^{-h}}{h}=1$

232 ページの上から 10 行目

誤　$\displaystyle f(x,\ y)-f(a,\ b)=k^2\left\{\frac{1}{2}A(\gamma-\alpha)(\gamma-\beta)-\frac{r(\gamma k,\ k)}{k^2}\right\}$

正　$\displaystyle f(x,\ y)-f(a,\ b)=k^2\left\{\frac{1}{2}A(\gamma-\alpha)(\gamma-\beta)+\frac{r(\gamma k,\ k)}{k^2}\right\}$

237 ページ問題の 1 行目

誤　$f(x,\ b)=0$　　正　$f(a,\ b)=0$

242 ページの下から 7 行目

誤　また，$h''(x)=2+2y'(x)+xy''(x)+2\{y'(x)\}^2+2y\{y''(x)\}^2$ であるから

正　また，$h''(x)=2+2y'(x)+xy''(x)+2\{y'(x)\}^2+2yy''(x)$ であるから

242 ページの下から 5 行目

誤　$h''\left(\pm\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)=12>0$　　正　$h''\left(\pm\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)=4>0$

244 ページ 指針 の上から 2 行目

誤　上から i 行目，左から j 行目の数を，この行列の $(i,\ j)$ **成分** といい，行列自体を $m\times n$ **行列** という (詳しくは，線形代数の書籍を参照)。

正　上から i 行目，左から j 列目の数を，この行列の $(i,\ j)$ **成分** といい，行列自体を $m\times n$ **行列** という (詳しくは，線形代数の書籍を参照)。

244 ページ 指針 の下から 3 行目

誤
$$J_F(a)=\left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(a)\right]=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial f_1}{\partial x_1}(a) & \dfrac{\partial f_1}{\partial x_2}(a) & \cdots & \dfrac{\partial f_1}{\partial x_n}(a)\\ \dfrac{\partial f_2}{\partial x_1}(a) & \dfrac{\partial f_2}{\partial x_2}(a) & \cdots & \dfrac{\partial f_2}{\partial x_n}(a)\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \dfrac{\partial f_m}{\partial x_1}(a) & \dfrac{\partial f_m}{\partial x_2}(a) & \cdots & \dfrac{\partial f_m}{\partial\partial x_n}(a)\end{bmatrix}$$

正
$$J_F(a)=\left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(a)\right]=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial f_1}{\partial x_1}(a) & \dfrac{\partial f_1}{\partial x_2}(a) & \cdots & \dfrac{\partial f_1}{\partial x_n}(a)\\ \dfrac{\partial f_2}{\partial x_1}(a) & \dfrac{\partial f_2}{\partial x_2}(a) & \cdots & \dfrac{\partial f_2}{\partial x_n}(a)\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ \dfrac{\partial f_m}{\partial x_1}(a) & \dfrac{\partial f_m}{\partial x_2}(a) & \cdots & \dfrac{\partial f_m}{\partial x_n}(a)\end{bmatrix}$$

246 ページ 指針 の上から 2 行目

誤　$\left(a\dfrac{\partial}{\partial x}+b\dfrac{\partial}{\partial y}\right)^2 f=\left(a\dfrac{\partial}{\partial x}+b\dfrac{\partial}{\partial y}\right)\left(a\dfrac{\partial}{\partial x}+b\dfrac{\partial}{\partial y}\right)=a^2\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}+ab\dfrac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}+ba\dfrac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}+b^2\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}$

正　$\left(a\dfrac{\partial}{\partial x}+b\dfrac{\partial}{\partial y}\right)^2 f=\left(a\dfrac{\partial}{\partial x}+b\dfrac{\partial}{\partial y}\right)\left(a\dfrac{\partial f}{\partial x}+b\dfrac{\partial f}{\partial y}\right)=a^2\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}+ab\dfrac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}+ba\dfrac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}+b^2\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}$

246 ページ解答の上から 1 行目

誤　$\left(a\dfrac{\partial}{\partial x}+b\dfrac{\partial}{\partial y}\right)^n=\displaystyle\sum_{k=0}^{n}\left(\frac{n}{k}\right)a^k b^{n-k}\frac{\partial^n}{\partial x^k\partial y^{n-k}}$　……① とする。

正　$\left(a\dfrac{\partial}{\partial x}+b\dfrac{\partial}{\partial y}\right)^n=\displaystyle\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}a^k b^{n-k}\frac{\partial^n}{\partial x^k\partial y^{n-k}}$　……① とする。

246 ページ解答の下から 3 行目

誤　$=\sum_{k=0}^{m}\binom{m+1}{k}a^k b^{m-k+1}\frac{\partial^{m+1}}{\partial x^k \partial y^{m-k+1}}$　正　$=\sum_{k=0}^{m+1}\binom{m+1}{k}a^k b^{m-k+1}\frac{\partial^{m+1}}{\partial x^k \partial y^{m-k+1}}$

249 ページ問題

誤　関数 $z=x^2+y^3$ のグラフの点 $(1,\ 2,\ 9)$ における接平面の方程式を求めよ。

正　関数 $z=x^2+y^3$ のグラフ上の点 $(1,\ 2,\ 9)$ における接平面の方程式を求めよ。

252 ページ解答 (1) の下から 3 行目

誤　同様にして，$f_y(x,\ y)$ をおよび y で偏微分して

正　同様にして，$f_y(x,\ y)$ を x および y で偏微分して

257 ページの最終行

誤　よって，$r(h,\ k)=o(d(\mathrm{P},\ \mathrm{X})^2)$ となり，題意が示された。　■

正　よって，$r(h,\ k)=o(\{d(\mathrm{P},\ \mathrm{X})\}^2)$ となり，示された。　■

261 ページ問題

誤　条件 $x^2+y^2=2$ のもとで，関数 $f(x,\ y)=y-x$ の最大値および最大値を求めよ。

正　条件 $x^2+y^2=2$ のもとで，関数 $f(x,\ y)=y-x$ の最大値，最小値を求めよ。

263 ページ問題

誤　条件 $x^2+2y^2=1$ のもとで，関数 $f(x,\ y)=xy$ の最大値および最大値を求めよ。

正　条件 $x^2+2y^2=1$ のもとで，関数 $f(x,\ y)=xy$ の最大値，最小値を求めよ。

263 ページ解答の上から 4 行目

誤　$F_x(x,\ y,\ \lambda)=0$，$F_y(x,\ y,\ \lambda)$ のとき

正　$F_x(x,\ y,\ \lambda)=0$，$F_y(x,\ y,\ \lambda)=0$ のとき

271 ページ解答の下から 3 行目

誤　$=\left(\Big[\cos x\Big]_0^{\frac{\pi}{3}}\right)\cdot\left(\Big[\sin y\Big]_0^{\frac{\pi}{6}}\right)=-\frac{1}{4}$　正　$=\left(\Big[-\cos x\Big]_0^{\frac{\pi}{3}}\right)\cdot\left(\Big[\sin y\Big]_0^{\frac{\pi}{6}}\right)=\frac{1}{4}$

272 ページ解答 (2) の下から 2 行目

誤　$=\int_{-2}^{1}\left[xy+\frac{1}{2}y^2\right]_{y=x}^{y=2-x^2}$　正　$=\int_{-2}^{1}\left[xy+\frac{1}{2}y^2\right]_{y=x}^{y=2-x^2}dx$

274 ページの上から 8 行目

誤　$dy=\sqrt{1-z^2}\cos\theta$　正　$dy=\sqrt{1-z^2}\cos\theta\, d\theta$

278 ページ 指針 の上から 6 ～ 14 行目

誤　次の等式が成り立つ。

$$\iint_D f(x,\ y)\,dxdy=\iint_E f(x(u,\ v),\ y(u,\ v))|J(u,\ v)|\,dudv$$

ただし，ここで，ヤコビ行列式を

$$J(u,\ v)=\frac{\partial x}{\partial u}(u,\ v)\frac{\partial y}{\partial v}(u,\ v)-\frac{\partial x}{\partial v}(u,\ v)\frac{\partial y}{\partial u}(u,\ v)$$

とする。

(1) は，変数変換 $x=u+v$，$y=-u+v$ によって，長方形領域 $E=[1,\ 0]\times[0,\ 1]$ 上の積分に帰着される。

(2) は，変数変換 $x=1+u+2v$，$y=1+u+3v$ によって，長方形領域 $E=[1,\ 0]\times[0,\ 1]$ 上の積分に帰着される。

正　等式 $\iint_D f(x,\ y)\,dxdy=\iint_E f(x(u,\ v),\ y(u,\ v))|J(u,\ v)|\,dudv$ が成り立つ。

ただし，$J(u,\ v)=\frac{\partial x}{\partial u}(u,\ v)\frac{\partial y}{\partial v}(u,\ v)-\frac{\partial x}{\partial v}(u,\ v)\frac{\partial y}{\partial u}(u,\ v)$ とする。

上記の 定理 について，詳しくは「数研講座シリーズ　大学教養　微分積分」の 254 ～ 257 ページを参照。

(1) は，変数変換 $x=u+v$，$y=-u+v$ によって，長方形領域 $E=[0,\ 1]\times[0,\ 1]$ 上の積分に帰着される。

(2) は，変数変換 $x=1+u+2v$，$y=1+u+3v$ によって，長方形領域 $E=[0,\ 1]\times[0,\ 1]$ 上の積分に帰着される。

278 ページ解答の上から 1 ～ 4 行目

誤　変数変換 $x=u+v$，$y=-u+v$ を考えると，これによって $(u,\ v)$ 平面の長方形領域 $E=[1,\ 0]\times[0,\ 1]$ が D に写される。

このとき　$J(u,\ v)=2$

正　変数変換 $x=u+v$，$y=-u+v$ を考えると，これによって $(u,\ v)$ 平面の長方形領域 $E=[0,\ 1]\times[0,\ 1]$ が D に写される。

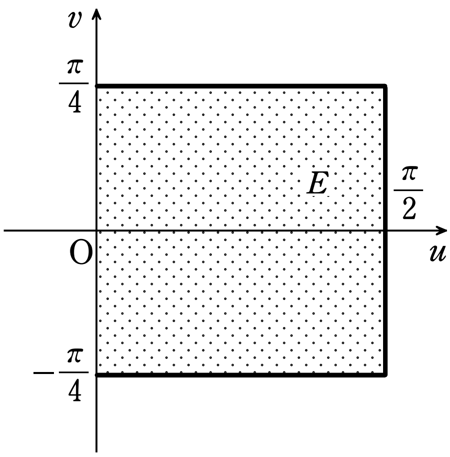
このとき　$|J(u,\ v)|=2$

279 ページの上から 5 ～ 7 行目

誤　よって，変数変換 $x=1+u+2v$，$y=1+u+3v$ を考えると，これによって，$(u,\ v)$ 平面の長方形領域 $E=[1,\ 0]\times[0,\ 1]$ が D に写される。

正　よって，変数変換 $x=1+u+2v$，$y=1+u+3v$ を考えると，これによって，$(u,\ v)$ 平面の長方形領域 $E=[0,\ 1]\times[0,\ 1]$ が D に写される。

282ページ最下部の右の図版
該当の図版を次のものにさしかえる。



286ページ基本例題138 指針 の上から1～7行目

誤　$(x,\ y,\ z)$ 空間 $\mathbb{R}^3$ 内の図形 V に対して，多重積分

$$\iiint_V dxdydz$$

が存在するとき，V は **体積をもつ** といい，その値を V の体積 $\mu(V)$ として，次のように表す。
$f(x,\ y)$ は xy 平面上の閉領域 D 上で常に正の値をとる連続関数とする。$z=f(x,\ y)$ のグラフと，xy 平面，z 軸に平行で閉領域 D を囲む曲面で囲まれる図形を V とすると

$$\mu(V)=\iiint_V dxdydz=\iint_D dxdy\int_0^{f(x,\ y)}dz=\iint_D f(x,\ y)dxdy$$

となる。

正　$(x,\ y,\ z)$ 空間内の図形 V に対して，多重積分 $\iiint_V dxdydz$ が存在するとき，V は **体積をもつ** といい，その値を V の体積 $\mu(V)$ として，次のように表す。

$$\mu(V)=\iiint_V dxdydz$$

なお，$f(x,\ y)$ を $(x,\ y)$ 平面上の閉領域 D 上で常に正の値をとる連続関数とし，$z=f(x,\ y)$ のグラフと，$(x,\ y)$ 平面，z 軸に平行で閉領域 D を囲む曲面で囲まれる図形を V とすると

$$\mu(V)=\iiint_V dxdydz=\iint_D dxdy\int_0^{f(x,\ y)}dz=\iint_D f(x,\ y)dxdy$$

287ページの下から3行目

誤　$\mu(V)=\dfrac{4}{3}a^3\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}(1-\sin^3\theta)d\theta\pi$　　正　$\mu(V)=\dfrac{4}{3}a^3\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}(1-\sin^3\theta)d\theta$

289 ページの上から 7，8 行目

誤　$=2c\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1 r\sqrt{1-r^2}\,dr$

$$=2c\cdot 2\pi\left[-\frac{(1-r^2)^{\frac{3}{2}}}{3}\right]_0^1=\frac{4}{3}\pi abc$$

正　$=2abc\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1 r\sqrt{1-r^2}\,dr$

$$=2abc\cdot 2\pi\left[-\frac{(1-r^2)^{\frac{3}{2}}}{3}\right]_0^1=\frac{4}{3}\pi abc$$

289 ページ 別解 の上から 4～7 行目

誤　$2x-(x^2+y^2)=2-r^2$ から

$$\mu(W)=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_0^{2\cos\theta}(2-r^2)\cdot|r|dr$$

$$=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left[r^2-\frac{r^4}{4}\right]_0^{2\cos\theta}d\theta=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(4\cos^2\theta-4\cos^4\theta)d\theta$$

$$=2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1-\cos 4\theta}{2}d\theta=\left[\theta-\frac{\sin 4\theta}{4}\right]_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi}{2}$$

正　$2x-(x^2+y^2)=2r\cos\theta-r^2$ から

$$\mu(W)=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left\{\int_0^{2\cos\theta}(2r\cos\theta-r^2)|r|dr\right\}d\theta$$

$$=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left[\frac{2}{3}r^3\cos\theta-\frac{r^4}{4}\right]_0^{2\cos\theta}d\theta=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{4}{3}\cos^4\theta\,d\theta$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{8}{3}\cos^4\theta\,d\theta=\frac{8}{3}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{3+4\cos 2\theta+\cos 4\theta}{8}d\theta$$

$$=\frac{8}{3}\left[\frac{3}{8}\theta+\frac{\sin 2\theta}{4}+\frac{\sin 4\theta}{32}\right]_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi}{2}$$

290 ページ 指針

指針 の文言を，次の文言に丸ごとさしかえる。

共通部分 $V_1\cap V_2$ は平面 $x=0$，$y=0$，$y=x$，$y=-x$ に関して対称である。そこで，$x\geqq 0$，$y\geqq 0$，$0\leqq x\leqq y$ の部分の体積を求めて，8 倍すればよい。

290 ページ解答の上から 6 ～ 13 行目

6 ～ 13 行目を，次の文言に丸ごとさしかえる。

r は $[0,\ |\sin 2\theta|]$ を，θ は $[0,\ 2\pi]$ を，z は $[0,\ \sqrt{1-r^2}]$ を動き，$V_1 \cap V_2$ の体積は，$x \geqq 0$，$y \geqq 0$，$0 \leqq x \leqq y$ の部分の体積の 8 倍である。

$$\mu(V_1 \cap V_2) = \iiint_{V_1 \cap V_2} dx\,dy\,dz$$

$$= 8\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta \int_0^{\sin 2\theta} dr \int_0^{\sqrt{1-r^2}} r\,dz$$

$$= 8\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta \int_0^{\sin 2\theta} r\sqrt{1-r^2}\,dr$$

$$= 8\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left[-\frac{1}{3}(1-r^2)^{\frac{3}{2}}\right]_0^{\sin 2\theta} d\theta$$

$$= 8\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{3}\left\{1-(1-\sin^2 2\theta)^{\frac{3}{2}}\right\} d\theta = \frac{8}{3}\int_0^{\frac{\pi}{4}} (1-\cos^3 2\theta)\,d\theta$$

290 ページ解答の下から 1，2 行目

下から 1，2 行目の数式を，次の数式に丸ごとさしかえる。

$$\mu(V_1 \cap V_2) = \frac{8}{3}\int_0^{\frac{\pi}{4}} (1-\cos^3 2\theta)\,d\theta$$

$$= \frac{8}{3}\left[\theta - \frac{1}{24}\sin 6\theta - \frac{3}{8}\sin 2\theta\right]_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{2}{3}\pi - \frac{8}{9}$$

292 ページ基本例題 143 解答の最終行

誤　$S = \iint_D \sqrt{\dfrac{x^2+y^2+\{f(x,\ y)\}^2}{f(x,\ y)}}\,dx\,dy = \int_D \dfrac{a^2}{a^2-x^2-y^2}\,dx\,dy$

正　$S = 2\iint_D \sqrt{\dfrac{x^2+y^2+\{f(x,\ y)\}^2}{f(x,\ y)}}\,dx\,dy = 2\iint_D \dfrac{a}{\sqrt{a^2-x^2-y^2}}\,dx\,dy$

293 ページの上から 5 ～ 8 行目

上から 5 ～ 8 行目を，次の文言に丸ごとさしかえる。

$\dfrac{a}{\sqrt{a^2-x^2-y^2}} = \dfrac{a}{\sqrt{a^2-r^2}}$ から

$$S = 2\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{a\cos\theta} \frac{a|r|}{\sqrt{a^2-r^2}}\,dr = 2\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} a\left[-\sqrt{a^2-r^2}\right]_0^{a\cos\theta} d\theta$$

$$= 2a\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (a - a|\sin\theta|)\,d\theta = 2a\left[\int_{-\frac{\pi}{2}}^{0} a\{1-(-\sin\theta)\}\,d\theta + \int_0^{\frac{\pi}{2}} a(1-\sin\theta)\,d\theta\right]$$

$$= 2a\left(a\Big[\theta-\cos\theta\Big]_{-\frac{\pi}{2}}^{0} + a\Big[\theta+\cos\theta\Big]_0^{\frac{\pi}{2}}\right) = 2a^2(\pi-2)$$

293 ページの下から 10 ～ 12 行目

下から 10 ～ 12 行目の数式を，次の数式に丸ごとさしかえる。

$$S=\iint_D\sqrt{\frac{a}{x}+1}\,dxdy=2\int_0^a\sqrt{\frac{a}{x}+1}\,dx\int_{-\sqrt{ax-x^2}}^{\sqrt{ax-x^2}}dy$$

$$=4\int_0^a\sqrt{ax-x^2}\sqrt{\frac{a}{x}+1}\,dx$$

$$=4\int_0^a\sqrt{a^2-x^2}\,dx=4\cdot\frac{\pi}{4}a^2=\boldsymbol{\pi a^2}$$

295 ページの上から 2 行目

誤 $\int\sin x\sqrt{1+\cos^2 x}\,dx=\int -\sqrt{1+t^2}\,dt=-\frac{1}{2}\left(t\sqrt{1+t^2}+\log\left|t+\sqrt{1+t^2}\right|\right)+C$

正 $\int\sin x\sqrt{1+\cos^2 x}\,dx=\int(-\sqrt{1+t^2})dt=-\frac{1}{2}\left(t\sqrt{1+t^2}+\log\left|t+\sqrt{1+t^2}\right|\right)+C$

295 ページの上から 9 行目

誤 $=\pi a\int_{-a}^{a}\left(e^{\frac{x}{a}}+e^{-\frac{x}{a}}\right)\cdot\frac{1}{2}\left(e^{\frac{x}{a}}+e^{\frac{x}{a}}\right)dx$　　正 $=\pi a\int_{-a}^{a}\left(e^{\frac{x}{a}}+e^{-\frac{x}{a}}\right)\cdot\frac{1}{2}\left(e^{\frac{x}{a}}+e^{-\frac{x}{a}}\right)dx$

295 ページの下から 2 ～ 8 行目

下から 2 ～ 8 行目を，次の文言に丸ごとさしかえる。

$\frac{dx}{dt}=-3a\cos^2 t\sin t$ であるから

$$dx=-3a\cos^2 t\sin t\,dt$$

$\frac{dy}{dt}=3a\sin^2 t\cos t$ であるから，$t\fallingdotseq 0$，$\frac{\pi}{2}$ のとき

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{\sin t}{\cos t}$$

求める曲面積を S とすると

$$S=2\cdot 2\pi\int_{\frac{\pi}{2}}^{0}a\sin^3 t\sqrt{1+\left(-\frac{\sin t}{\cos t}\right)^2}\cdot(-3a\cos^2 t\sin t)dt=12\pi a^2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^4 t\cos t\,dt$$

$$=12\pi a^2\left[\frac{1}{5}\sin^5 t\right]_0^{\frac{\pi}{2}}=\boldsymbol{\frac{12}{5}\pi a^2}$$

297 ページの上から 5 行目

誤　このとき　$|J(u,\ v)|=|r|$　　正　このとき　$|J(r,\ \theta)|=|r|$

297 ページ 補足 の下から 5 行目

誤 (d) D に含まれる任意の有界閉集合 F について，十分大きい n をとると $F\subseteqq K_n$ となる。

正 (d) D に含まれる任意の有界閉集合 F について，十分大きい n をとると $F\subset K_n$ となる。

298 ページ 指針 の上から 2 行目

誤　(1)，(2) ともに，どちらの積分領域 D も，y 軸に平行な直線による断面は有界である。

正　例えば (1) では，積分領域 D の y 軸に平行な直線による断面は有界である。

298 ページ解答の上から 5 行目

誤　$=\int_1^n\left\{\int_0^{x^3}\frac{dy}{(x^3)^2+y^2}\right\}dx=\int_1^n\left[\frac{1}{x^3}\mathrm{Tan}^{-1}\frac{y}{x^3}\right]_0^{x^3}$

正　$=\int_1^n\left\{\int_0^{x^3}\frac{dy}{(x^3)^2+y^2}\right\}dx=\int_1^n\left[\frac{1}{x^3}\mathrm{Tan}^{-1}\frac{y}{x^3}\right]_{y=0}^{y=x^3}dx$

299 ページの上から 4 行目

誤　$|J(u,\ v)|=|r|$ から　　正　$|J(r,\ \theta)|=|r|$ から

299 ページの上から 12 行目

誤　$=\lim_{n\to\infty}\left\{2\pi(4\log 2-2)+\frac{1}{n}\cdot\frac{\log n}{n}+\frac{1}{2n^2}\right\}$　　正　$=\lim_{n\to\infty}\left\{2\pi\left(4\log 2-2+\frac{1}{n}\cdot\frac{\log n}{n}+\frac{1}{2n^2}\right)\right\}$

301 ページ 参考 の最終行

誤　$\int_0^1 x^{a-1}(1-x^b)^3dx=\frac{6b^3}{(a+3b)(1+2b)(a+b)a}$

正　$\int_0^1 x^{a-1}(1-x^b)^3dx=\frac{6b^3}{(a+3b)(a+2b)(a+b)a}$

303 ページ問題の上から 2 行目

誤　$f(x)$ $(x=(x_1,\ x_2,\ \cdots\cdots,\ x_n))$ を F 上の連続関数とする。

正　$f(x)$ $(x=(x_1,\ x_2,\ \cdots\cdots,\ x_n))$ を D 上の連続関数とする。

305 ページ解答の上から 3，5，14 行目

誤　小区間 D_{ij}　　正　小長方形領域 D_{ij}

305 ページ解答の上から 7，8，17 行目

誤　a_{j-1}　　正　a_{i-1}

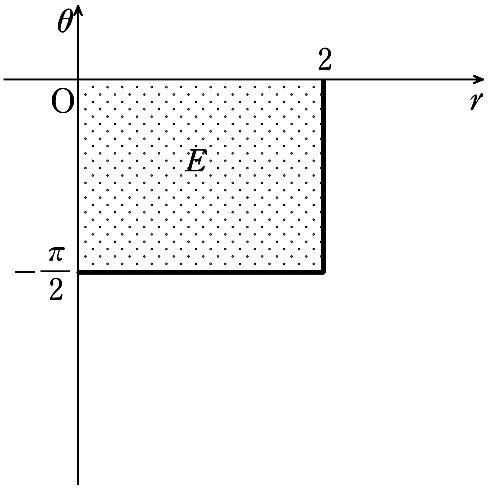
306 ページの下から 3 行目

誤　$D=\{(x,\ y)\mid 0\leqq x^2+y^2\leqq 1\}$ のとき，広義積分 $\iint_D\frac{dxdy}{\sqrt{x^2+y^2}}$ を求めよう。

正　$D=\{(x,\ y)\mid 0< x^2+y^2\leqq 1\}$ のとき，広義積分 $\iint_D\frac{dxdy}{\sqrt{x^2+y^2}}$ を求めよう。

307 ページの下の図版

該当の図版を次のものにさしかえる。



309 ページの上から 3 行目

誤　$\displaystyle\int_{\sqrt{c}}^{1} t^3dt=\left[\frac{1}{4}t^4\right]_{\sqrt{c}}^{1}=\frac{1-c^2}{4}$　　正　$\displaystyle\int_{\sqrt{c}}^{1} r^3dr=\left[\frac{1}{4}r^4\right]_{\sqrt{c}}^{1}=\frac{1-c^2}{4}$

309 ページの上から 6，7 行目

誤　$\displaystyle\int_0^{2\pi}\sin^2\theta\,d\theta=\int_0^{2\pi}\frac{1-\sin 2\theta}{2}d\theta=\left[\frac{1}{2}\theta+\frac{1}{4}\cos 2\theta\right]_0^{2\pi}=\pi$

正　$\displaystyle\int_0^{2\pi}\sin^2\theta\,d\theta=\int_0^{2\pi}\frac{1-\cos 2\theta}{2}d\theta=\left[\frac{1}{2}\theta-\frac{1}{4}\sin 2\theta\right]_0^{2\pi}=\pi$

309 ページの下から 3 行目

誤　$\displaystyle=ab\left(\int_{\sqrt{c}}^{1}t^3dt\right)\cdot\left\{\int_0^{2\pi}(a^2\cos^2\theta+b^2\sin^2\theta)d\theta\right\}$

正　$\displaystyle=ab\left(\int_{\sqrt{c}}^{1}r^3dr\right)\cdot\left\{\int_0^{2\pi}(a^2\cos^2\theta+b^2\sin^2\theta)d\theta\right\}$

311 ページ解答 (2) の上から 1 行目

誤　$z_r=r(a\sin\theta+b\cos\theta)$　　正　$z_r=r(a\cos^2\theta+b\sin^2\theta)$

312 ページ解答の上から 5 行目

誤　$\displaystyle S=\int_0^1\int_0^{2\pi}\sqrt{(abr)^2+(-abr^2\sin\theta)^2+(abr^2\cos\theta)^2}\,drd\theta$

正　$\displaystyle S=\int_0^1\int_0^{2\pi}\sqrt{(abr)^2+(-abr^2\sin\theta)^2+(-abr^2\cos\theta)^2}\,drd\theta$

312 ページの下から 8 行目

誤　$x_r=\cos\theta$，$x_\theta=-r\sin\theta$，$y_r=\sin\theta$，$y_\theta=r\cos\theta$，$z_r=1$

正　$x_r=\cos\theta$，$x_\theta=-r\sin\theta$，$y_r=\sin\theta$，$y_\theta=r\cos\theta$，$z_r=0$，$z_\theta=1$

312 ページの下から 1，2 行目

誤　$S=\int_0^1\int_0^{2\pi}\sqrt{r^2+\sin^2\theta+\cos^2\theta}\,drd\theta=2\pi\int_0^1\sqrt{1+r^2}\,dr$

$=2\pi\left[\frac{1}{2}\{x\sqrt{1+x^2}+\log(x+\sqrt{1+x^2})\right]_0^1=\pi\{\sqrt{2}+\log(1+\sqrt{2})\}$

正　$S=\int_0^1\int_0^{2\pi}\sqrt{r^2+\sin^2\theta+(-\cos\theta)^2}\,drd\theta=2\pi\int_0^1\sqrt{1+r^2}\,dr$

$=2\pi\left[\frac{1}{2}\{r\sqrt{1+r^2}+\log(r+\sqrt{1+r^2})\}\right]_0^1=\pi\{\sqrt{2}+\log(1+\sqrt{2})\}$

315 ページ図版

誤　$\dfrac{1}{n}$　　　正　$1-\dfrac{1}{n}$

316 ページ解答の上から 3，4 行目

誤　領域 K_n 上での積分は変数変換 $x=r\cos\theta$，$y=r\sin\theta$ によって，$\dfrac{1}{n}\leqq r\leqq 1$，$0\leqq\theta\leqq 2\pi$ 上の積分となる。

正　領域 K_n 上での積分は変数変換 $x=r\cos\theta$，$y=r\sin\theta$ によって，$\dfrac{1}{n}\leqq r\leqq a$，$0\leqq\theta\leqq 2\pi$ 上の積分となる。

316 ページ図版

誤　D　　　正　D は不要

319 ページ 指針 の下から 1，2 行目

下から 1， 2 行目の次の文言を丸ごと削除する。

また，関数 $f(x)$ が長方形領域 D 上で積分可能であるから，分割 $\varDelta$ を十分細かくしていけば，$S_\varDelta-s_\varDelta<\varepsilon$ が成り立つ。

これを利用して D' 上でも $S_\varDelta-s_\varDelta<\varepsilon$ となることを示す。

319 ページ解答の下から 2，7，11 行目

誤　$f(x)$　　　正　$f(x,\ y)$

320 ページ問題の上から 6，9 行目

誤　c_i　　　正　c_j

324 ページ問題

問題の文言を，次の文言に丸ごとさしかえる。

正項級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{-n^2}$ は和をもつことを示せ。

324 ページ解答の上から 2 行目

誤　$\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}a_n$　　　正　$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}a_n$

324 ページ解答の下から 2 行目

誤　$\sum_{n=0}^{\infty} a_n = \sum_{n=0}^{\infty} \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{-n^2}$　　正　$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{-n^2}$

330 ページ解答の下から 2 行目

誤　$\cos^{(n)} x = \begin{cases} \cos x & (n=4k) \\ -\sin x & (n=4k+1) \\ -\cos x & (n=4k+2) \\ -\sin x & (n=4k+3) \end{cases}$　　正　$\cos^{(n)} x = \begin{cases} \cos x & (n=4k) \\ -\sin x & (n=4k+1) \\ -\cos x & (n=4k+2) \\ \sin x & (n=4k+3) \end{cases}$

333 ページ $\boxed{\text{指針}}$ の上から 4 行目

誤　次の条件を　　正　次の条件が

333 ページ解答の上から 3 行目

誤　$|f^{(n)}(x)| \leqq e^x < M$　　正　$|f^{(n)}(x)| = e^x < M$

335 ページの下から 8 行目

誤　(ア)　$\sum_{n=0}^{\infty} \dfrac{1}{(\log n)^2}$ は $\boxed{}$ する。　　正　(ア)　$\sum_{n=2}^{\infty} \dfrac{1}{(\log n)^2}$ は $\boxed{}$ する。

335 ページの下から 5，6 行目

誤　整級数 $\sum_{n=0}^{\infty} n!\,x^n$ の収束半径は $^{ア}\boxed{}$，整級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{2n}-\sqrt{n-1}}{n}$ の収束半径は $^{イ}\boxed{}$ である。

正　整級数 $\sum_{n=0}^{\infty} n!\,x^n$ の収束半径は $^{ア}\boxed{}$，整級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{2n}-\sqrt{n-1}}{n} x^n$ の収束半径は $^{イ}\boxed{}$ である。

338 ページ重要例題 089 解答の上から 3 ～ 6 行目

誤　したがって，右辺が和をもてば左辺も和をもち，広義積分と収束先は一致する。

また，$x \in [n,\ n+1]$ に対し　$f(n+1) \leqq f(x)$

よって，$f(n) \leqq \displaystyle\int_n^{n+1} f(n+1)\,dx \leqq \int_n^{n+1} f(x)\,dx$ から　$\displaystyle\sum_{n=1}^{m} f(n+1) \leqq \sum_{n=1}^{m} \int_n^{n+1} f(x)\,dx$

広義積分が収束すれば右辺も収束し，左辺も収束する。

正　ゆえに，$m \longrightarrow \infty$ としたとき，右辺が和をもてば左辺も和をもち，広義積分 $\displaystyle\int_1^{\infty} f(x)\,dx$ の値と一致する。

また，$x \in [n,\ n+1]$ に対し　$f(n+1) \leqq f(x)$

よって，$f(n+1) = \displaystyle\int_n^{n+1} f(n+1)\,dx \leqq \int_n^{n+1} f(x)\,dx$ から　$\displaystyle\sum_{n=1}^{m} f(n+1) \leqq \sum_{n=1}^{m} \int_n^{n+1} f(x)\,dx$

ゆえに，広義積分 $\displaystyle\int_1^{\infty} f(x)\,dx$ が収束すれば，$m \longrightarrow \infty$ としたとき，右辺は和をもち，左辺も和をもつ。

340 ページ $\boxed{\text{指針}}$ の最終行

誤　基本例題 160 参照。　　正　基本例題 157 参照。

341ページ重要例題092 指針

誤　$a_n=\dfrac{f^{(n)}(a)}{n!}$　　正　$a_n=\dfrac{f^{(n)}(0)}{n!}$

341ページ重要例題092解答

誤　$a_n=\dfrac{f^{(n)}(a)}{n!}$　　正　$a_n=\dfrac{f^{(n)}(0)}{n!}$

341ページ重要例題093の下から1～4行目

誤　よって，$h(x)=0$ が恒等的に成り立つから，$h^{(n)}(x)=0$ が恒等的に成り立つ。

　また，$h(x)=2\sum_{n=0}^{\infty}a_{2n}x^{2n}$ より，$a_{2n}=\dfrac{h^{(n)}(0)}{(2n)!}$ であるから，すべての $n\geqq 0$ について　$a_{2n}=0$ ■

正　よって，$h(x)=0$ が恒等的に成り立つ。

　また　$h(x)=2\sum_{n=0}^{\infty}a_{2n}x^{2n}$

　したがって，すべての $n\geqq 0$ について　$a_{2n}=0$ ■

344ページ解答の上から1行目

誤　$\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}=1+\sum_{n=0}^{\infty}\dfrac{(2n-1)!!}{(2n)!!}x^{2n}$　……①　　正　$\dfrac{1}{\sqrt{1-x}}=\sum_{n=0}^{\infty}\dfrac{(2n-1)!!}{(2n)!!}x^{n}$　……①

344ページ解答の上から6行目

誤　$\mathrm{Sin}^{-1}x=x+\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{(2n-1)!!}{(2n)!!}\cdot\dfrac{x^{2n+1}}{2n+1}+C$　(C は積分定数)

正　$\mathrm{Sin}^{-1}x=\sum_{n=0}^{\infty}\dfrac{(2n-1)!!}{(2n)!!}\cdot\dfrac{x^{2n+1}}{2n+1}+C$　(C は積分定数)

344ページ解答の下から7行目

誤　$\mathrm{Sin}^{-1}x=\sum_{n=0}^{\infty}\dfrac{(2n-1)!!}{(2n)!!}\cdot\dfrac{x^{2n+1}}{2x+1}$　　正　$\mathrm{Sin}^{-1}x=\sum_{n=0}^{\infty}\dfrac{(2n-1)!!}{(2n)!!}\cdot\dfrac{x^{2n+1}}{2n+1}$

346ページ重要例題096解答の下から4行目

誤　更に，数列 a_n を $a_n=\dfrac{1}{n}$ とすると，これは $a_n>0$，$\lim_{n\to\infty}a_n=0$ を満たす。

正　更に，数列 $\{a_n\}$ を $a_n=\dfrac{1}{n}$ となるようにとると，これは $a_n>0$，$\lim_{n\to\infty}a_n=0$，$a_1\geqq a_2\geqq a_3\geqq\cdots\cdots$ を満たす。

349ページ 指針 の上から3，4行目

誤　微分方程式に含まれる未知関数 $y=y(x)$ の導関数が最大 n 次関数であるとき，これを n 階微分方程式と呼ぶ。

正　微分方程式に含まれる未知関数 $y=y(x)$ の導関数が最大 n 次導関数であるとき，これを n 階微分方程式と呼ぶ。

350 ページ基本例題 162 解答 (1)

(1) の解答を次に丸ごとさしかえる。

(1)　$x=1$ のとき $y=-1$ であるから　$-1=-\dfrac{2}{1^2+C}$

これを解くと　$C=1$　　よって　$y=-\dfrac{2}{x^2+1}$

351 ページの上から 5，6 行目

誤　$-\dfrac{1}{u}-\log|u|=\log|x|+c$　(c は定数)

よって　$\log|y|+\dfrac{x}{y}=C$　(C は定数)

正　$\dfrac{1}{u}-\log|u|=\log|x|+c$　(c は定数)

よって　$\log|y|-\dfrac{x}{y}=C$　(C は定数)

353 ページの下から 1 ～ 7 行目

誤　$-\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{u\sin u-\cos u}{u\cos u}du=\dfrac{1}{x}dx$ と変形できるから

$\dfrac{1}{2}\log|u\cos u|=\log|x|+c$　(c は定数)

よって　$\dfrac{1}{2}\log\left|\dfrac{y}{x}\cos\dfrac{y}{x}\right|=\log|x|+c$

すなわち　$Cx^2-\dfrac{y}{x}\cos\dfrac{y}{x}=0$

ここで，$C=\pm e^{2c}\ (\fallingdotseq 0)$ は定数である。

[1] における解 $y=0$ または $y=\left(k+\dfrac{1}{2}\right)\pi x$ (k は整数) は，[2] における解 $Cx^2-\dfrac{y}{x}\cos\dfrac{y}{x}=0$ において，$C=0$ とおくと得られるから，求める解は

$$Cx^2-\frac{y}{x}\cos\frac{y}{x}=0\quad (C \text{ は定数})$$

正　$-\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\cos u-u\sin u}{u\cos u}du=\dfrac{1}{x}dx$ と変形できるから

$-\dfrac{1}{2}\log|u\cos u|=\log|x|+c$　(c は定数)

よって　$-\dfrac{1}{2}\log\left|\dfrac{y}{x}\cos\dfrac{y}{x}\right|=\log|x|+c$

すなわち　$C-xy\cos\dfrac{y}{x}=0$

ここで，$C=\pm e^{-2c}\ (\fallingdotseq 0)$ は定数である。

[1] における解 $y=0$ または $y=\left(k+\dfrac{1}{2}\right)\pi x$ (k は整数) は，[2] における解 $C-xy\cos\dfrac{y}{x}=0$ において，$C=0$ とおくと得られるから，求める解は

$$xy\cos\frac{y}{x}=C\quad (C \text{ は定数})$$

356，357 ページ基本例題 166 解答 (2)

(2) の解答を，次に丸ごとさしかえる。

(2)　$P=1-xy$，$Q=xy-x^2$ とする。

$P_y=-x$，$Q_x=y-2x$ であるから，これは完全微分形ではない。

ところが

$$\frac{P_y-Q_x}{Q}=\frac{-x-(y-2x)}{xy-x^2}=-\frac{1}{x}$$

より，$\mu(x)=e^{\int\left(-\frac{1}{x}\right)dx}=e^{-\log|x|}=\frac{1}{|x|}$ として，$\mu P=\frac{1}{|x|}-\frac{xy}{|x|}$，$\mu Q=\frac{xy}{|x|}-|x|$ を考えると

[1]　$x>0$ のとき

$\mu P=\frac{1}{x}-y$，$\mu Q=y-x$ であるから

$$(\mu P)_y=-1=(\mu Q)_x$$

よって，$(\mu P)dx+(\mu Q)dy=0$ は完全微分形で，$F(x,\ y)=\log x-xy+\frac{y^2}{2}$ とすると，

$F_x=\mu P$，$F_y=\mu Q$ を満たす。

したがって　　$\log x-xy+\frac{y^2}{2}=C_1$　(C_1 は定数)

[2]　$x<0$ のとき

$\mu P=-\frac{1}{x}+y$，$\mu Q=-y+x$ であるから

$$(\mu P)_y=1=(\mu Q)_x$$

よって，$(\mu P)dx+(\mu Q)dy=0$ は完全微分形で，$G(x,\ y)=-\log(-x)+xy-\frac{y^2}{2}$ とすると，

$G_x=\mu P$，$G_y=\mu Q$ を満たす。

したがって　　$-\log(-x)+xy-\frac{y^2}{2}=C_2$　(C_2 は定数)

[1]，[2] から，求める解は　　$\boldsymbol{\log|x|-xy+\frac{y^2}{2}=C}$　(**C は定数**)

359 ページの下から 3，4 行目

誤　よって，$(\mu P)dx+(\mu Q)dy=0$ は完全微分形で，$F(x,\ y)=\frac{1}{2}y^2+2x-\frac{y}{x}-2$ とすると，$F_x=\mu P$，$F_y=\mu Q$ を満たす。

正　よって，$(\mu P)dx+(\mu Q)dy=0$ は完全微分形で，$F(x,\ y)=\frac{1}{2}y^2+2x-\frac{y}{x}$ とすると，$F_x=\mu P$，$F_y=\mu Q$ を満たす。

359 ページの最終行

誤　$\boldsymbol{\frac{1}{2}y^2+2x-\frac{y}{x}-2=C}$　　正　$\boldsymbol{\frac{1}{2}y^2+2x-\frac{y}{x}=C}$

361 ページの下から 6 行目

誤　$p'(x)e^{-2x}-2p(x)e^{-2x}+2p(x)e^{-2x}-3e^{-4x}=0$　　正　$p'(x)e^{-2x}-2p(x)e^{-2x}+2p(x)e^{-2x}-3e^{4x}=0$

362 ページ (2) の解答

(2) の解答を，次に丸ごとさしかえる。

(2)　$F(t)=t^5-t^4-2t^3+2t^2+t-1$ とすると，題意の微分方程式は　$F(D)y=0$

$F(t)=(t+1)^2(t-1)^3$ と因数分解できるから，題意の一般解は，$(D+1)^2y=0$ の一般解と，$(D-1)^3y=0$ の一般解の和に分解される。

$(D+1)^2y=0$ の一般解は　$y=Ae^{-x}+Bxe^{-x}$　(A，B は定数)

$(D-1)^3y=0$ の一般化は　$y=Ce^x+Dxe^x+Ex^2e^x$　(C，D，E は定数)

よって　$\boldsymbol{y=Ae^{-x}+Bxe^{-x}+Ce^x+Dxe^x+Ex^2e^x}$　(**A，B，C，D，E は定数**)

363 ページ基本例題 170 の問題 (2)

誤　$y''-3y+2y=0$　　正　$y''-3y'+2y=0$

363 ページの下から 4 行目

誤　このとき　$y'=-3Ae^{-3x}+Be^{-3x}-Bxe^{-3x}=(-3A+B)e^{-3x}-3Bxe^{-3x}$

正　このとき　$y'=-3Ae^{-3x}+Be^{-3x}-3Bxe^{-3x}=(-3A+B)e^{-3x}-3Bxe^{-3x}$

364 ページの下から 10 行目

誤　$y=ae^{3x}+be^{-x}-\dfrac{1}{16}e^{-4x}\times e^{3x}-\dfrac{x}{4}\times e^{-x}=\left(-\dfrac{1}{16}-\dfrac{x}{4}\right)e^{-x}$

正　$y=ae^{3x}+be^{-x}=-\dfrac{1}{16}e^{-4x}\times e^{3x}-\dfrac{x}{4}\times e^{-x}=\left(-\dfrac{1}{16}-\dfrac{x}{4}\right)e^{-x}$

365 ページの下から 15，16 行目

誤　$(D-1)(D-2)(D-3)y=0$　　正　$(D-1)(D-2)(D+3)y=0$

367 ページの上から 1，2 行目

誤　$v=Ae^{2v}$　　正　$v=Ae^{2x}$

367 ページの上から 14 行目

誤　$y'=-3Be^{-3x}$　　正　$y'=-3Be^{-3x}+B'e^{-3x}$

367 ページの下から 3 行目

誤　よって，特殊解は　$y=\left(Ce^{4x}+Ae^{5x}-\dfrac{1}{4}xe^{4x}\right)e^{-3x}=Ce^x+Ae^{2x}-\dfrac{1}{4}xe^x$

正　よって，特殊解は　$y=\left(Ee^{4x}+Fe^{5x}-\dfrac{1}{4}xe^{4x}\right)e^{-3x}=Ee^x+Fe^{2x}-\dfrac{1}{4}xe^x$

372 ページの下から 16 行目

誤　$\{2x\cos(xy)-(x^2y+y^3)\sin(xy)\}dx+\{2y\cos(xy)-(x^3+xy^2)\sin(xy)\}=0$

正　$\{2x\cos(xy)-(x^2y+y^3)\sin(xy)\}dx+\{2y\cos(xy)-(x^3+xy^2)\sin(xy)\}dy=0$

372ページ最終行

誤　となるから，解はCを定数として${}^{エ}\boxed{}=C$となる。

正　となるから，解はCを定数として${}^{オ}\boxed{}=C$となる。

374ページの上から3行目

誤　$\mu(x)=e^{\int\left(-\frac{2}{x}\right)dx}=e^{-2\log x}=\dfrac{1}{x^2}$　　正　$\mu(x)=e^{\int\left(-\frac{2}{x}\right)dx}=e^{-2\log|x|}=\dfrac{1}{x^2}$

375ページ問題

問題文の文言を，次の文言に丸ごとさしかえる。

微分方程式$y^{(m)}=0$ (mは自然数) の一般解は，高々$(m-1)$次の多項式関数全体，すなわち，

$y(x)=c_0+c_1x+\cdots\cdots+c_{m-1}x^{m-1}$ (c_0，c_1，……，c_{m-1}は定数) であることを示せ。

375ページ 指針

指針の文言を，次の文言に丸ごとさしかえる。

「$y^{(m)}(x)=0$ ならば $y(x)=c_0+c_1x+\cdots\cdots+c_{m-1}x^{m-1}$ (c_0，c_1，……，c_{m-1}は定数)」と

「$y(x)=c_0+c_1x+\cdots\cdots+c_{m-1}x^{m-1}$ (c_0，c_1，……，c_{m-1}は定数) ならば $y^{(m)}(x)=0$」を分けて示す。

375ページ解答の上から2～8行目

誤　　$y^{(m-1)}(x)=c_m$　(c_mは定数)

すなわち　$\{y^{(m-2)}(x)\}'=c_m$　(c_mは定数)

よって　$y^{(m-2)}(x)=c_{m-1}+c_mx$　(c_{m-1}，c_mは定数)

これを繰り返すと

$y(x)=c_0+c_1x+\cdots\cdots+c_mx^{m-1}$　(c_0，c_1，……，c_mは定数)

逆に

$y(x)=c_0+c_1x+\cdots\cdots+c_mx^{m-1}$　(c_0，c_1，……，c_mは定数)

正　　$y^{(m-1)}(x)=c_{m-1}$　(c_{m-1}は定数)

すなわち　$\{y^{(m-2)}(x)\}'=c_{m-1}$　(c_{m-1}は定数)

よって　$y^{(m-2)}(x)=c_{m-2}+c_{m-1}x$　(c_{m-2}，c_{m-1}は定数)

これを繰り返すと

$y(x)=c_0+c_1x+\cdots\cdots+c_{m-1}x^{m-1}$　(c_0，c_1，……，c_{m-1}は定数)

逆に

$y(x)=c_0+c_1x+\cdots\cdots+c_{m-1}x^{m-1}$　(c_0，c_1，……，c_{m-1}は定数)

376 ページ解答 (1) の下から 2 行目

誤　$g\left(\dfrac{v}{u}\right)=\dfrac{\alpha-\gamma\dfrac{dv}{du}}{-\beta+\delta\dfrac{dv}{du}}$ とおくと　$\dfrac{dv}{du}=\dfrac{\alpha-\beta g\left(\dfrac{v}{u}\right)}{\gamma+\delta g\left(\dfrac{v}{u}\right)}$

正　$g\left(\dfrac{v}{u}\right)=\dfrac{\alpha-\gamma\dfrac{dv}{du}}{-\beta+\delta\dfrac{dv}{du}}$ とおくと　$\dfrac{dv}{du}=\dfrac{\alpha+\beta g\left(\dfrac{v}{u}\right)}{\gamma+\delta g\left(\dfrac{v}{u}\right)}$

377 ページの冒頭

冒頭に次の文言を追加する。

[1]　$t^2+4t-1=0$ すなわち $t=-2\pm\sqrt{5}$ のとき　$(5\mp2\sqrt{5})x\mp\sqrt{5}\,y+1\pm\sqrt{5}=0$　(複号同順)

これらは与えられた微分方程式の解である。

[2]　$t^2+4t-1=0$ すなわち $t\fallingdotseq-2\pm\sqrt{5}$ のとき

377 ページの上から 8，9 行目

上から 8，9 行目の間に次の文言を追加する。

[1] において，$\{(5x+1)+(2\sqrt{5}\,x+\sqrt{5}\,y-\sqrt{5})\}\{(5x+1)-(2\sqrt{5}\,x+\sqrt{5}\,y-\sqrt{5})\}=0$ を計算すると，

$x^2-4xy-y^2+6x+2y=\dfrac{4}{5}$ が得られる。

377 ページの上から 9 行目，最終行

誤　以上から　　$\boldsymbol{x^2-4xy-y^2+6x+2y=C}$　$\left(\boldsymbol{C}\ \textbf{は定数で}\ \boldsymbol{C\fallingdotseq\dfrac{4}{5}}\right)$

正　以上から　　$\boldsymbol{x^2-4xy-y^2+6x+2y=C}$　($\boldsymbol{C}$ **は定数**)

377 ページの下から 7，8 行目

下から 7，8 行目の間に次の文言を追加する。

[1]　$t^2+4t-1=0$ すなわち $t=-2\pm\sqrt{5}$ のとき，上と同様に解が得られる。

[2]　$t^2+4t-1\fallingdotseq0$ すなわち $t\fallingdotseq-2\pm\sqrt{5}$ のとき

377 ページの下から 6，7 行目

誤　したがって　$\dfrac{du}{u}=-\dfrac{2+t}{t^2+4t-1}dt$

$\log|u|=-\dfrac{1}{2}\log|t^2+4t-1|+c_1$

正　$\dfrac{du}{u}=-\dfrac{2+t}{t^2+4t-1}dt$ より　$\log|u|=-\dfrac{1}{2}\log|t^2+4t-1|+c_1$

377 ページの下から 1，2 行目

下から 1，2 行目の間に次の文言を追加する。

[1] の解は [2] の解において $C=\dfrac{4}{5}$ とおくと得られる。

378 ページ解答 (2) の上から 3，4 行目

解答 (2) の上から 3，4 行目の間に次の文言を追加する。

[1]　$u=-1$ すなわち $x+y+2=0$ は明らかに解である。

[2]　$u \fallingdotseq -1$ のとき

378 ページ解答 (2) の下から 1，2 行目

解答 (2) の下から 1，2 行目の間に次の文言を追加する。

[1] における解 $x+y+2=0$ は，[2] における解 $x+y+2=Ce^{y}$ において，$C=0$ とおくと得られるから，求める解は

378 ページ解答 (2) の最終行

誤　以上から　　$\boldsymbol{x+y+2=Ce^{y}}$　(**C は定数で $C \fallingdotseq 0$**)

正　　　　　　　$\boldsymbol{x+y+2=Ce^{y}}$　(**C は定数**)

379 ページ解答の上から 2，3 行目

次の文言を丸ごと削除する。

よって　$\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}\dfrac{du}{dx}$

したがって　$\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}\dfrac{du}{dx}=\dfrac{u+1}{u+3}$

381 ページ解答 (1) の下から 4 行目

誤　$b=-\dfrac{2}{\sqrt{5}\,q}x^2e^{-qx}+\dfrac{4}{\sqrt{5}\,q^2}xe^{-qx}+\dfrac{4}{\sqrt{5}\,q^3}e^{-qx}$　　正　$b=\dfrac{2}{\sqrt{5}\,q}x^2e^{-qx}+\dfrac{4}{\sqrt{5}\,q^2}xe^{-qx}+\dfrac{4}{\sqrt{5}\,q^3}e^{-qx}$

381 ページ解答 (2) の上から 1 行目

誤　$y''+y'+y=0$　　正　$y''+y'+2y=0$

383 ページ解答 (1) の下から 1，2 行目

誤　　したがって，$e^{x}y=Y=-\dfrac{1}{x+C}$ であるから　　$y=-\dfrac{e^{x}}{x+C}$　(C は定数)

　　以上から，求める解は　　$\boldsymbol{y=0,\ y=-\dfrac{e^{x}}{x+C}}$　(**C は定数**)

正　　したがって，$e^{x}y=Y=-\dfrac{1}{x+C}$ であるから　　$y=-\dfrac{e^{-x}}{x+C}$　(C は定数)

　　以上から，求める解は　　$\boldsymbol{y=0,\ y=-\dfrac{e^{-x}}{x+C}}$　(**C は定数**)

383 ページ解答(3)の下から 1 ～ 3 行目

誤　ゆえに　$e^{-x}y=Y=-\dfrac{e^x}{(x-1)e^x+C}$

したがって　$y=e^xY=-\dfrac{e^{2x}}{(x-1)e^x+C}=-\dfrac{e^x}{x-1+Ce^{-x}}$

以上から，求める解は　$\boldsymbol{y=0}$，$\boldsymbol{y=-\dfrac{e^x}{x-1+Ce^{-x}}}$　（C は定数）

正　ゆえに　$e^{-x}y=Y=-\dfrac{1}{(x-1)e^x+C}$

したがって　$y=e^xY=-\dfrac{e^x}{(x-1)e^x+C}$

以上から，求める解は　$\boldsymbol{y=0}$，$\boldsymbol{y=-\dfrac{e^x}{(x-1)e^x+C}}$　（C は定数）

385 ページ問題の下から 2，4 行目

誤　$f(x)=ce^ax$　　正　$f(x)=ce^{ax}$

385 ページ解答(2)の下から 5，6 行目

誤　$F(D)(xe^{ax})=a_n(na^{n-1}+a^nx)e^{ax}+\cdots\cdots+a_2(2a+a^2x)e^{ax}+a_1(1+x)e^{ax}+a_0xe^{ax}$

$=(na_na^{n-1}+\cdots\cdots+2a_2a+a_1)e^{ax}+(a_na^n+\cdots\cdots+a_2a^2+a_1+a_0)xe^{ax}$

正　$F(D)(xe^{ax})=a_n(na^{n-1}+a^nx)e^{ax}+\cdots\cdots+a_2(2a+a^2x)e^{ax}+a_1(1+ax)e^{ax}+a_0xe^{ax}$

$=(na_na^{n-1}+\cdots\cdots+2a_2a+a_1)e^{ax}+(a_na^n+\cdots\cdots+a_2a^2+a_1a+a_0)xe^{ax}$

386 ページの上から 4 行目

誤　$\dfrac{1}{g(x)}dy=f(x)dx$　　正　$\dfrac{1}{g(y)}dy=f(x)dx$

386 ページの上から 8 行目

誤　$\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{f(u)-u}{x}$　　正　$\dfrac{du}{dx}=\dfrac{f(u)-u}{x}$

386 ページの下から 12 行目

誤　$y'=p(x)y+q(x)=0$　　正　$y'+p(x)y+q(x)=0$

386 ページの下から 6 行目

誤　$F(t)=(t^2-at+b)^m$ 型　　正　$F(t)=(t^2+at+b)^m$ 型

388 ページの上から 10 行目

誤　(ウ)　$x\mathrm{Cos}^{-1}x+\sqrt{1-x^2}+C$　　正　(ウ)　$x\mathrm{Cos}^{-1}x-\sqrt{1-x^2}+C$

388 ページの上から 11 行目

誤（カ）$\frac{1}{6}\log\frac{(x+1)^2}{x^2-x+1}+\frac{1}{\sqrt{3}}\mathrm{Tan}^{-1}\frac{2x-1}{\sqrt{3}}$　正（カ）$\frac{1}{6}\log\frac{(x+1)^2}{x^2-x+1}+\frac{1}{\sqrt{3}}\mathrm{Tan}^{-1}\frac{2x-1}{\sqrt{3}}+C$

388 ページの上から 14 行目

誤（イ） 8　正（イ） 4

388 ページの下から 11 行目

誤（ア） $N(u,\ \delta)\subseteqq U$　正（ア） $N(u,\ \delta)\subset U$

388 ページの下から 5 行目

誤（ア） $\frac{-3x^2-8xy+y^2}{2(x^2+y^2)\sqrt{x+2y}}$ （イ） $\frac{x^2-2xy-3y^2}{(x^2+y^2)\sqrt{x+2y}}$

正（ア） $\frac{-3x^2-8xy+y^2}{2(x^2+y^2)^2\sqrt{x+2y}}$ （イ） $\frac{x^2-2xy-3y^2}{(x^2+y^2)^2\sqrt{x+2y}}$

389 ページの下から 11 行目

誤（イ） 収束　正（イ） 発散

後ろ見返し 2 ページ目左段下から 6，7 行目，右段上から 8，14 行目

誤　有界平領域　正　有界閉領域