

第1章 数と式

1 多項式の加法と減法

① 単項式と多項式

- 1 数や文字およびそれらを掛けて作られる式を **単項式** という。数の部分をその単項式の **係数** といい、掛けた文字の個数をその単項式の **次数** という。  
**補足** 数だけの単項式の次数は0である。ただし、数0の次数は考えない。
- 2 単項式の和として表される式を **多項式** といい、その1つ1つの単項式を、この多項式の **項** という。単項式は項が1つの多項式と考える。  
多項式のことを **整式** ともいう。

② 多項式の整理

- 1 多項式の項の中で、文字の部分が同じである項を **同類項** という。多項式に含まれる同類項は、係数の和を計算して、1つの項にまとめることができる。同類項をまとめて整理した多項式において、各項の次数の中で最も高いものをその多項式の **次数** という。また、次数が $n$ の多項式を  **$n$  次式** という。
- 2 多項式の項の中で、着目した文字を含まない項を **定数項** という。
- 3 多項式は次のように整理する。
- ① 同類項を1つの項にまとめる。
- ② ある文字に着目して、各項を次数が低くなる順に並べて整理する。  
このことを、**降べきの順** に整理するという。
- 補足** 逆に、各項を次数が高くなる順に並べて整理することもある。  
このことを、**昇べきの順** に整理するという。

③ 多項式の加法と減法

- 2つの多項式 $A$ 、 $B$ の和と差の計算は、次のように行う。
- $A+B$  …  $A$ と $B$ の項をすべて足して、同類項をまとめる。
- $A-B$  …  $A+(-B)$ とを考え、 $B$ の各項の符号を変えたものを $A$ に足して、同類項をまとめる。

2 多項式の乗法

① 指数法則

- $m$ 、 $n$ は正の整数とする。
- 1  $a^m \times a^n = a^{m+n}$       2  $(a^m)^n = a^{mn}$       3  $(ab)^n = a^n b^n$

② 分配法則

- 多項式 $A$ 、 $B$ 、 $C$ について
- $A(B+C) = AB+AC$ ,     $(A+B)C = AC+BC$

③ 展開の公式

- 1  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ,     $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- 2  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
- 3  $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
- 4  $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$
- 参考**  $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

3 因数分解

① 因数分解の公式

- 0  $AB+AC = A(B+C)$
- 1  $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ ,     $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$
- 2  $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
- 3  $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$
- 4  $acx^2 + (ad+bc)x + bd = (ax+b)(cx+d)$

② 因数分解の要領

- ① 共通な因数があれば、かっこの外にくくり出す。
- ② 因数分解の公式が利用できるように式を整理する。  
・次数の最も低い文字について、降べきの順に式を整理する。  
・適当なおき換えをしたり、項の組み合わせを考える。
- ③ 因数分解の公式を利用する。

**発展** 3次式の展開と因数分解

① 3次式の展開の公式

- 1  $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ ,     $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- 2  $(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$ ,     $(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

② 3次式の因数分解の公式

- 1  $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ ,     $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

4 実数

① 有理数

- 1 整数 $m$ と0でない整数 $n$ を用いて分数 $\frac{m}{n}$ の形に表される数を **有理数** という。
- 2 **有限小数** 小数第何位かで終わる小数      例 1.25  
**無限小数** 小数点以下の数字が限りなく続く小数      例 3.14159……  
**循環小数** 無限小数のうち、ある位以下では数字の同じ並びが繰り返される小数  
例  $0.333\cdots = 0.\dot{3}$ ,     $1.3636\cdots = 1.\dot{3}\dot{6}$ ,     $0.4123123\cdots = 0.4\dot{1}\dot{2}\dot{3}$
- 3 整数以外の有理数は、有限小数か循環小数のいずれかで表される。  
逆に、有限小数と循環小数は必ず分数で表され、有理数である。

② 実数の分類

実数

有理数

整数 … 自然数  
0  
負の整数

有限小数  
循環小数

無理数…循環しない小数

無限小数

自然数

③ 数の範囲と四則計算

- 加法、減法、乗法、除法をまとめて **四則** といい、四則計算の結果が、それぞれ、和、差、積、商である。ただし、除法において0で割ることは考えない。
- 1 2つの有理数の和、差、積、商は常に有理数である。
- 2 2つの **実数** の和、差、積、商は常に **実数** である。

④ 数直線と絶対値

- 数直線上で、原点O(0)と点P( $a$ )の距離を、実数 $a$ の **絶対値** といい、記号 $|a|$ で表す。0の絶対値 $|0|$ は0である。
- 1  $|a| \geq 0$
- 2  $a \geq 0$ のとき  $|a| = a$ ,     $a < 0$ のとき  $|a| = -a$

⑤ 数直線上の2点間の距離 **研究**

数直線上の2点A( $a$ )、B( $b$ )の間の距離ABは  $AB = |b - a|$

$a < b$

$a > b$

5 根号を含む式の計算

① 平方根

- 1 2乗すると $a$ になる数を $a$ の **平方根** という。  
実数は2乗して負になることがないから、負の数の平方根は実数の範囲には存在しない。正の数 $a$ の平方根は2つあり、それらは絶対値が等しく符号が異なる。  
その正の平方根を $\sqrt{a}$ と書く。負の平方根は $-\sqrt{a}$ である。  
0の平方根は0だけであり、 $\sqrt{0} = 0$ と定める。
- 2  $a \geq 0$ のとき  $(\sqrt{a})^2 = a$ ,  $(-\sqrt{a})^2 = a$ ,  $\sqrt{a} \geq 0$

② 平方根の性質

実数 $x$ について  $\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \text{ のとき } \sqrt{x^2} = x \\ x < 0 \text{ のとき } \sqrt{x^2} = -x \end{array} \right\}$  すなわち  $\sqrt{x^2} = |x|$

③ 根号を含む式の計算

$a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $k > 0$  のとき

$\sqrt{a} \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ ,     $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ ,     $\sqrt{k^2 a} = k \sqrt{a}$

④ 分母の有理化

- 1 分母に根号を含む式を変形して、分母に根号を含まない式にすることを、分母を **有理化** するという。
- 2  $a$ 、 $b$ は正の数で、 $a \neq b$ とする。
- $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$ ,     $\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a - b}$ ,     $\frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a - b}$

⑤ 整数部分、小数部分

- 実数 $a$ に対し、 $n \leq a$ を満たす最大の整数 $n$ を $a$ の **整数部分** といい、 $a - n$ を $a$ の **小数部分** という。
- 例 3.14の整数部分は3であり、小数部分は $3.14 - 3 = 0.14$ である。

**発展** 2重根号

① 2重根号

$a > 0$ ,  $b > 0$  のとき  $\sqrt{(a+b) + 2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

$a > b > 0$  のとき  $\sqrt{(a+b) - 2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$

6 不等式の性質，1次不等式

① 不等号と不等式

- 1 不等号には  $<$ ， $>$ ， $\leq$ ， $\geq$  があり，次の意味で使われる。
- $a < b$  ……  $a$  は  $b$  より小さい       $a \leq b$  ……  $a$  は  $b$  以下  
 $a > b$  ……  $a$  は  $b$  より大きい       $a \geq b$  ……  $a$  は  $b$  以上
- 「～より小さい」は「～未満」ともいう。
- 2 数量の間の大小関係を，不等号を使って表した式を **不等式** という。

【参考】不等式「 $a \geq b$ 」は「 $a > b$  または  $a = b$ 」を表している。  
よって， $4 \geq 2$  や  $3 \geq 3$  はどちらも正しい式である。

② 不等式の性質

- 1  $A < B$  ならば  $A + C < B + C$ ， $A - C < B - C$   
2  $A < B$ ， $C > 0$  ならば  $AC < BC$ ， $\frac{A}{C} < \frac{B}{C}$   
3  $A < B$ ， $C < 0$  ならば  $AC > BC$ ， $\frac{A}{C} > \frac{B}{C}$

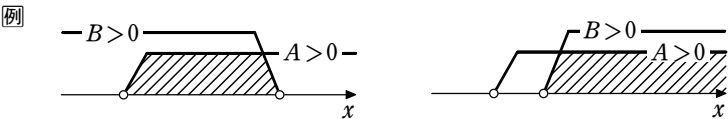
不等式では，両辺に同じ負の数を掛けたり，両辺を同じ負の数で割ったりすると，両辺の大小関係が入れかわる。

③ 1次不等式とその解き方

- 1  $x$  についての不等式において，不等式を成り立たせる  $x$  の値を，その不等式の **解** という。  
不等式のすべての解を求めることを，その不等式を **解く** という。  
不等式のすべての解の集まりを，その不等式の **解** ということもある。
- 2 不等式の項を移項して，  
 $(x \text{ の } 1 \text{ 次式}) > 0$ ， $(x \text{ の } 1 \text{ 次式}) < 0$ ， $(x \text{ の } 1 \text{ 次式}) \geq 0$ ， $(x \text{ の } 1 \text{ 次式}) \leq 0$   
の形に表される不等式を， $x$  についての **1次不等式** という。
- 3 1次不等式の解き方  
① 移項して， $ax > b$ ， $ax < b$ ， $ax \geq b$ ， $ax \leq b$  の形に整理する。  
② 両辺を  $x$  の係数  $a$  で割る。 $a < 0$  のときは不等号の向きが変わるので注意する。

④ 連立不等式とその解き方

- 1 いくつかの不等式を組み合わせたものを **連立不等式** といい，それらの不等式の解に共通する範囲を，その連立不等式の **解** という。  
また，連立不等式の解を求めることを，その連立不等式を **解く** という。
- 2 連立不等式の解き方  
連立不等式  $\begin{cases} A > 0 \\ B > 0 \end{cases}$  の解は， $A > 0$  の解と  $B > 0$  の解の共通範囲である。
- ① 不等式をそれぞれ解く。  
② それぞれの解を数直線に表し，共通範囲を求める。



【補足】共通範囲がないとき，連立不等式の **解はない** という。

- 3 不等式  $A < B < C$  は， $A < B$  と  $B < C$  が同時に成り立つことを表した式である。

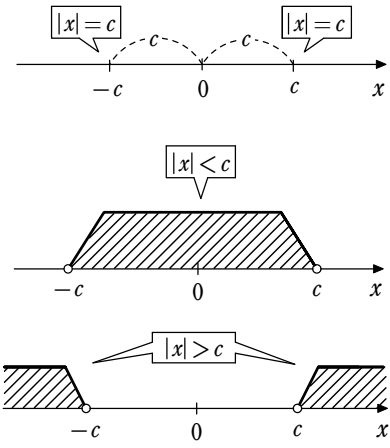
⑤ 文章題の解き方

- ① 何を文字で表すかを定める。  
② 問題の示す大小関係を不等式で表し，不等式を解く。  
③ ②の解の中で，問題に適するものを選ぶ。

7 絶対値を含む方程式・不等式

① 絶対値を含む方程式・不等式

$c$  が正の定数のとき  
方程式  $|x| = c$  の解は  $x = \pm c$   
不等式  $|x| < c$  の解は  $-c < x < c$   
不等式  $|x| > c$  の解は  $x < -c$ ， $c < x$



【研究】絶対値と場合分け

① 絶対値を含む方程式・不等式

$x$  の値の範囲で場合分けをして，絶対値記号をはずす。

【例】 $|x - 2|$  の絶対値記号をはずす  
 $x - 2 \geq 0$  すなわち  $x \geq 2$  のとき  $|x - 2| = x - 2$   
 $x - 2 < 0$  すなわち  $x < 2$  のとき  $|x - 2| = -(x - 2) = -x + 2$