血液型の割合考

松田（まつだ）　康雄（やすお）

§0. はじめに…研究の動機

ABO 式血液型とは，血液型の分類法の一種で A, B, AB, O の 4 つの型に分類する方法である。現在の日本人の血液型の割合はこの順に概ね
4：2：1：3 と言われている。(〔5〕等)では，日本人の祖先の血液型の割合はどうだったのだろうか。そう疑問に思ったことが研究の動機である。

ABO 式血液型に関して，A，B，O の 3 種類の遺伝子があって，子どもは両親から 1 つずつ遺伝子を受け取る。遺伝子の組合せによって血液型は表 1 のように決まる。(〔2〕，〔3〕，〔5〕等)

表 1　遺伝子の組合せと血液型

遺伝子の組合せ	AA	AO	BB	BO	AB	OO
血液型	A		B		AB	O

本稿では，次のように仮定する。

① 最初の世代(第 0 世代)が存在していて何年か後に同時に第 1 世代が生まれ，その何年か後に同時に第 2 世代が生まれ，以下これを繰り返す。

② 遺伝子は同じ割合で組合わされる。

この仮定の下で次の問題を考察する。

問題 1． 第 0 世代の血液型の割合を決めたとき第 $n(\geqq 1)$ 世代の血液型の割合を求めよ。

問題 2． 第 $n(\geqq 1)$ 世代の血液型 A，B，AB，O 型の割合が 4：2：1：3 のとき，第 0 世代の血液型の割合を求めよ。

§1. 問題 1 の解答

第 $n(\geqq 0)$ 世代の，遺伝子の組合せ AA，AO，BB，BO，AB，OO の割合をそれぞれ A_n，A'_n，B_n，B'_n，C_n，O_n と表す。

$$A_n+A'_n+B_n+B'_n+C_n+O_n=1 \quad \cdots\cdots①$$

である。また，

$$a=A_0+\frac{1}{2}A'_0+\frac{1}{2}C_0,$$

$$b=B_0+\frac{1}{2}B'_0+\frac{1}{2}C_0,$$

$$c=\frac{1}{2}A'_0+\frac{1}{2}B'_0+O_0 \quad \cdots\cdots②$$

とおく。このとき次の定理が成り立ち，これが問題 1 の解答になる。

定理． n を正の整数とすると

$A_n=a^2$，$A'_n=2ac$，$B_n=b^2$，
$B'_n=2bc$，$C_n=2ab$，$O_n=c^2$

となる。

証明． 第 $n(\geqq 0)$ 世代と第 $(n+1)$ 世代の遺伝子の割合の関係を考える。

例えば，遺伝子が AA となる組合せと確率は，表 2 のようになる。パターン数は両親の場合の数である。

表 2　遺伝子が AA となる組合せと確率

組合せ	パターン数	確率
AA×AA	1	1
AA×AO	2	$\frac{1}{2}$
AA×AB	2	$\frac{1}{2}$
AO×AO	1	$\frac{1}{4}$
AO×AB	2	$\frac{1}{4}$
AB×AB	1	$\frac{1}{4}$

これから

$$A_{n+1}=A_n{}^2+2\times\frac{1}{2}A_nA'_n+2\times\frac{1}{2}A_nC_n$$
$$+\frac{1}{4}A'^2_n+2\times\frac{1}{4}A'_nC_n+\frac{1}{4}C_n{}^2$$
$$=\left(A_n+\frac{1}{2}A'_n+\frac{1}{2}C_n\right)^2 \quad \cdots\cdots③$$

が成り立つ。同様に

$$A'_{n+1}=2\times\frac{1}{2}A_nA'_n+2\times\frac{1}{2}A_nB'_n$$
$$+2A_nO_n+\frac{1}{2}A'^2_n+2\times\frac{1}{4}A'_nB'_n$$
$$+2\times\frac{1}{4}A'_nC_n+2\times\frac{1}{2}A'_nO_n$$
$$+2\times\frac{1}{4}B'_nC_n+2\times\frac{1}{2}C_nO_n$$
$$=2\left(A_n+\frac{1}{2}A'_n+\frac{1}{2}C_n\right)$$
$$\times\left(\frac{1}{2}A'_n+\frac{1}{2}B'_n+O_n\right) \quad \cdots\cdots④$$

が成り立つ。さらにA型とB型の対称性から

$$B_{n+1}=\left(B_n+\frac{1}{2}B'_n+\frac{1}{2}C_n\right)^2 \quad \cdots\cdots⑤$$
$$B'_{n+1}=2\left(B_n+\frac{1}{2}B'_n+\frac{1}{2}C_n\right)$$
$$\times\left(\frac{1}{2}A'_n+\frac{1}{2}B'_n+O_n\right) \quad \cdots\cdots⑥$$

が成り立つ。また,

$$C_{n+1}=2\left(A_n+\frac{1}{2}A'_n+\frac{1}{2}C_n\right)$$
$$\times\left(B_n+\frac{1}{2}B'_n+\frac{1}{2}C_n\right) \quad \cdots\cdots⑦$$
$$O_{n+1}=\left(\frac{1}{2}A'_n+\frac{1}{2}B'_n+O_n\right)^2 \quad \cdots\cdots⑧$$

が成り立つ。③,④,⑦より

$$A_{n+1}+\frac{1}{2}A'_{n+1}+\frac{1}{2}C_{n+1}$$
$$=\left(A_n+\frac{1}{2}A'_n+\frac{1}{2}C_n\right)$$
$$\times(A_n+A'_n+B_n+B'_n+C_n+O_n)$$
$$=A_n+\frac{1}{2}A'_n+\frac{1}{2}C_n \quad (\because\ ①)$$

これは,任意の $n(\geqq 0)$ に対して

$A_n+\frac{1}{2}A'_n+\frac{1}{2}C_n$ が一定であることを示している。

したがって,②より

$$A_n+\frac{1}{2}A'_n+\frac{1}{2}C_n=A_0+\frac{1}{2}A'_0+\frac{1}{2}C_0=a \quad \cdots\cdots⑨$$

となる。同様に任意の $n(\geqq 0)$ に対して

$$B_n+\frac{1}{2}B'_n+\frac{1}{2}C_n=b \quad \cdots\cdots⑩$$
$$\frac{1}{2}A'_n+\frac{1}{2}B'_n+O_n=c \quad \cdots\cdots⑪$$

が成り立つ。③〜⑧と⑨〜⑪を比べて定理が示される。(証明終)

ここで,$(A_0,\ A'_0,\ B_0,\ B'_0,\ C_0,\ O_0)$ を決めたとき,第0世代と第 $n(\geqq 1)$ 世代の血液型A,B,AB,O型の割合の変化の例を示すと表3のようになる。なお血液型の割合は小数第1位で四捨五入した%で表した。

表3　血液型の割合の変化

	$(A_0,\ A'_0,\ B_0,\ B'_0,\ C_0,\ O_0)$
	A,B,AB,O型の割合の変化
(1)	$\left(\frac{1}{6},\ \frac{1}{6},\ \frac{1}{6},\ \frac{1}{6},\ \frac{1}{6},\ \frac{1}{6}\right)$
	(33,33,17,17)→(33,33,22,11)
(2)	$\left(\frac{1}{8},\ \frac{1}{8},\ \frac{1}{8},\ \frac{1}{8},\ \frac{1}{4},\ \frac{1}{4}\right)$
	(25,25,25,25)→(33,33,20,14)
(3)	$\left(0,\ 0,\ \frac{1}{6},\ \frac{1}{6},\ \frac{1}{3},\ \frac{1}{3}\right)$
	(0,33,33,33)→(17,52,14,17)
(4)	$\left(\frac{1}{6},\ \frac{1}{6},\ \frac{1}{6},\ \frac{1}{6},\ \frac{1}{3},\ 0\right)$
	(33,33,33,0)→(31,31,35,3)
(5)	$\left(\frac{1}{5},\ \frac{1}{5},\ \frac{1}{10},\ \frac{1}{10},\ \frac{1}{10},\ \frac{3}{10}\right)$
	(40,20,10,30)→(44,22,14,20)

(1)は遺伝子の割合が等しい場合,(2)は血液型の割合が等しい場合,(3)は第0世代にA型がいない場合,(4)は第0世代にO型がいない場合,(5)はA,B,AB,O型の割合が4:2:1:3の場合である。

(3),(4)は,ある血液型がなくても,後の世代で復活することを示している。また,一般にO型は減少する傾向にある。

§2. 問題2の解答

第 $n\,(\geqq 1)$ 世代の血液型A,B,AB,O型の割合が4:2:1:3のとき,定理から,

$$a^2+2ac=\frac{4}{10},\quad b^2+2bc=\frac{2}{10},$$
$$2ab=\frac{1}{10},\quad c^2=\frac{3}{10} \quad \cdots\cdots⑫$$

とおける。⑫の第4式から

$$c=\sqrt{\frac{3}{10}}\fallingdotseq 0.55$$

⑫の第1式から $a^2+\frac{2\sqrt{30}}{10}a-\frac{4}{10}=0$ より

$$a=\frac{\sqrt{70}-\sqrt{30}}{10}\fallingdotseq 0.29$$

同様に，⑫の第２式から

$$b=\frac{\sqrt{50}-\sqrt{30}}{10}\fallingdotseq 0.16$$

ここで計算を簡単にするために

$$B_0=\frac{1}{2}A_0,\ A_0'=pA_0,\ B_0'=pB_0\left(=\frac{p}{2}A_0\right)$$

$(p>0)$ と仮定する。すると，②から

$$\left(1+\frac{p}{2}\right)A_0+\frac{1}{2}C_0=a\fallingdotseq 0.29,$$

$$\frac{1}{2}\left(1+\frac{p}{2}\right)A_0+\frac{1}{2}C_0=b\fallingdotseq 0.16,$$

$$\frac{3p}{4}A_0+O_0=c\fallingdotseq 0.55$$

となる。このとき，いくつかの p に対する問題２の解答は表４のようになる。

表４　問題２の解答例

p	第０世代の A，B，AB，O 型の割合
1	(34，18，6，42)
1.5	(38，19，6，38)
2	(39，20，6，36)

一般にO型の割合が大きい。これは§1の最後に書いた，O 型が減少する傾向と対応している。

§3. おわりに…ハーディー・ワインベルクの法則

生物学の法則の１つに「ハーディー・ワインベルクの法則」がある。これは，ある条件のもとで，遺伝子頻度は世代が移り変わっても変化しないという法則である。(〔１〕，〔４〕等)定理は，遺伝による血液型の割合は，最初の世代の遺伝子の組合せだけで決まるということを示していて，これはこの法則の１つである。

本稿は，同時に次の世代が生まれると仮定した。また遺伝子は同じ割合で組合わされると仮定した。しかし現実はそうでないので，今後この条件をなくした場合の研究を行いたい。

《参考文献》

〔１〕 浅島誠ほか 27 名，改訂生物，高等学校理科用文部科学省検定済教科書，東京書籍，2020 年発行

〔２〕 井上清恒・富樫裕，教養のための図説生物学，実教出版，1986 年発行

〔３〕 梶原龍人，血液のふしぎ絵事典，PHP 研究所，2008 年発行，p.32-33

〔４〕 小林興監修訳，キャンベル生物学，丸善株式会社，2007 年発行，p.518-519

〔５〕 カラーブック理科資料長崎県版，東京法令出版，2016 年発行

(長崎大学・教育学部)