

「わからなさ」の「見える化」で生徒の学びを支える

～対偶を用いた証明において～

よしおか たくや
吉岡 拓也

§1. すべての生徒の学びを支えたい

私の授業の中心は、生徒の「わからなさ」。定時制高校の生徒たちとともに、授業づくりに取り組んでいる。授業中、「わからない」と言うことができる生徒は、他者を上手に活用して学んでいる。しかし、どの学校、どの学級にも自分から「わからない」と言うことができない生徒がいる。自己表現ができない生徒の学びをどう支えるか、授業の課題だ。そこで、『「わからなさ」を「見える化」することで、生徒の学びを支えることができるのではないか』と考え、授業を実践した。授業中の生徒の学びと学期末の生徒アンケートにより実践を考察する。

§2. 生徒が「証明」に夢中になる

実践にあたり、単元は数学Ⅰの「集合と命題」に設定した。内容は、「対偶を用いた証明」である。授業の流れは次の通り。

導入：前時で生徒が作成した問題を活用し、「逆・裏・対偶」を復習する。

展開：①「 n^2 が偶数ならば、 n は偶数である」という命題の証明を読む。

②証明を読み、「わからない・納得いかない・もっと知りたい」ことを紙に書く。

③教師が机間指導をしながら、生徒の「わからない・納得いかない・もっと知りたい」ことを黒板で共有する。

④黒板に書かれた「わからない・納得いかない・もっと知りたい」ことへの「説明」を考える。

⑤「説明」が考えられた生徒は前に板書し、実際に説明をする。

まとめ：「 n^2 が奇数ならば、 n は奇数である」という命題の証明を自分で書く。

授業において、『生徒の「わからない・納得いかない・もっと知りたい」ことを黒板で共有する』時間を大事にした。生徒が実際に書いた「わからない」を次にまとめる。

【黒板で共有した内容】

- ・なぜ対偶を使って証明するのか。
- ・なぜ奇数で証明するのか。
- ・なぜ k なの？
- ・奇数 $(2k+1)^2=4k^2+4k+1$
偶数 $(2k)^2=4k^2$ ？
- ・奇数のとき、 $n=2k+1$ ？
- ・ $n^2=(2k+1)^2=4k^2+4k+1=2(2k^2+2k)+1$ ？
- ・最後(最初)になぜ対偶？
- ・なぜ $2(2k^2+2k)$ が偶数になるのか？
- ・なぜ命題のままじゃダメなの？

【共有できなかった内容】

- ・なぜ対偶が真なら命題も真なのか？
- ・命題と対偶がなぜ真の関係なのか？
- ・なぜ偶数のまま計算したらダメなの？
- ・偽のときって反例を書くの？
- ・なぜ $2(2k^2+2k)+1$ ？ $4k$ でくくって、 $4k(k+1)+1$ じゃダメなの？

生徒たちの「わからない」は、本来ならば教師が説明する内容を網羅していることがわかる。「わからない」に対しての生徒の説明を記述する。

(ア) 奇数のとき、 $n=2k+1$?
 →整数 k がどんな数であっても2を掛ければ偶数。偶数に+1すれば奇数。
 (イ) なぜ奇数で証明するのか。
 →命題の対偶の仮定が「 n が奇数」だから。
 (ウ) なぜ対偶を使って証明するのか。
 →命題と対偶の真偽は一致するから。
 (エ) 最後(最初)になぜ対偶?
 なぜ命題のままじゃダメなの?
 → n^2 が偶数という条件は扱いにくい。でも n が奇数という条件は扱いやすいから、命題のままではなく、対偶を使った方が考えやすい。

授業のゴールの1つは、「対偶を活用して証明することの有用性を理解すること。ゴールまでの教師の「足場かけ」が、多くの「わからない」を全体で共有することだ。そのために、生徒が書いている「情報」を机間指導で集めた。その情報をもとに、「わからない」に対する生徒の説明の順番を「意図的に」指名した。順番としては、上記(ア)と(イ)をまず共有し、次に(ウ)、最後に(エ)を考えた。(エ)に関しては、まず1人の生徒Aが全体で説明をした。しかし、他の生徒が納得していない様子であったので、再度考える時間をとった。すると、別の生徒Bが「私が説明したい!」と生徒Aの言葉を言い換え、補いながら説明をしたのだ。「最後(最初)になぜ対偶?」「なぜ命題のままじゃダメなの?」という生徒の「わからない」を共有したことで、「有用性」を生徒たちの力だけで実感することができた場面であった。

§3. 生徒たちの「心」を読み取る

学期末の授業アンケートの「一番印象に残った授業(または活動)はどれでしたか。それはなぜですか。」という質問に対する生徒の自由記述を次に紹介する。

- ・証明。わからないことをクラスで共有できたから。
- ・証明で疑問を書く授業。初めて行ったから。

- ・証明。みんなと話し合うことが多かったから。
- ・みんなで疑問をあげていたこと。
- ・証明。難しかったけど、班でわかる人がわからない人に説明したりして協力できていたから。
- ・グループワークで証明をしたとき。話しているうちに新しい疑問が生まれて、それをまた話し合って、わかるとスッキリする。(グループワーク全体に言えるかもしれない。)
- ・証明でわからないところを出し合い共有する活動をしたことがなかったので印象に残っています。
- ・証明でわからない部分を書きだして、説明を考えた授業。色々な人が自分と同じところがわからないんだと思ってホッとした。
- ・わからないを書く授業でわからないことをみんなで共有することにより、理解度が増したから。

私の予想以上に生徒の心に残っていたようだ。

§4. 「見える化」を活用する

「わからなさ」の「見える化」は他の場面でも活用できそうだ。例えば、新しい単元での概念や公式を紹介する際、「教科書を読む→見える化する→みんなで納得する」という流れが考えられる。他には、難しい問題に挑戦する際、「解答を読む→疑問点を集める→逆説的に問題を理解する」ということも可能だろう。「わからなさ」の「見える化」によって、今まで教師が説明していた内容を、生徒たちだけで考えることができるのだ。生徒たちの学びの様子を想像すると「ワクワク」する私がいる。

《参考文献》

- [1] 岡本光司,『生徒の「問い」を軸とした数学授業 人間形成のための数学教育をめざして』明治図書出版, 2014
 (兵庫県 神戸市立摩耶兵庫高等学校)