

数学Ⅲ 「媒介変数表示と極座標」における、 「コンピュータの利用」の指導案 ～デジタルとアナログ～

きたじま
北島 かおる

§1. はじめに

数学Ⅲにおける媒介変数表示と極座標の単元では、コンピュータを用いている様々な曲線を描かせる項目がある。数式処理ソフトを利用して、リサージュ曲線やアルキメデスの渦巻きなどの美しい曲線を描くのは楽しい。しかし生徒にとっては、試験に出るわけでもなく、「ああ、すごいなあ。」と思うものの、その授業限りで終わりがちな項目であることも事実である。

最近ではSTEM(Science, Technology, Engineering, Math)に芸術(Art)を加えたSTEAM教育が注目されつつある(参考文献〔1〕〔2〕)。数式で表された美しい曲線で、生徒の心をもっと揺さぶることはできないか。これが、本稿の指導案の狙いである。

§2. 指導の流れ

- ①パソコンを教室のプロジェクターにつなぎ、教科書の練習問題になっている様々な式を生徒に交代で打ち込ませ、黒板に貼ったスクリーンに描かれる曲線の美しさを楽しむ。
- ②振り子の性質を用いて、砂でリサージュ曲線を描く実験を実際に見せる。(参考文献〔3〕)

§3. コンピュータでの描画

今回は、大阪教育大学付属高等学校池田校舎の友田勝久先生が開発された、GRAPESというフリーソフトを使用した(参考文献〔4〕)。このソフトでは、媒介変数を最小0.01刻みで動かしながら点の描画ができるので、曲線が描かれていく様子を見ることができる。生徒は「どんな曲線になるのだろう？」とわくわくしながらスクリーンを見つめていた。

図1 リサージュ曲線 $x=\sin 4t, y=\sin 5t$ を $t=0$ から0.01刻みに t を増やしながらか描画している様子(図は $t=1.95$ に至った瞬間)

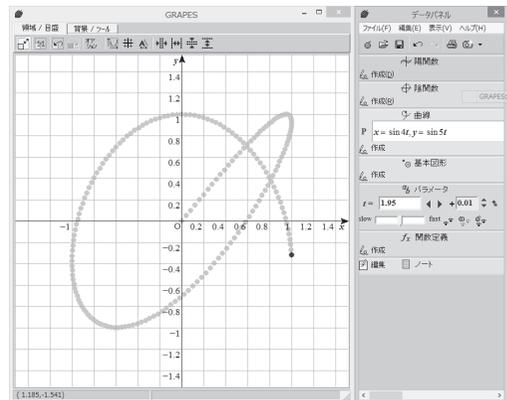
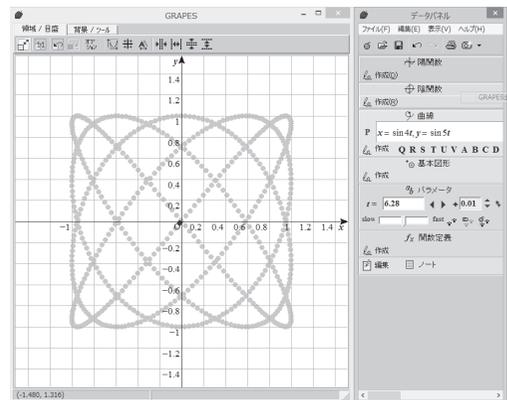
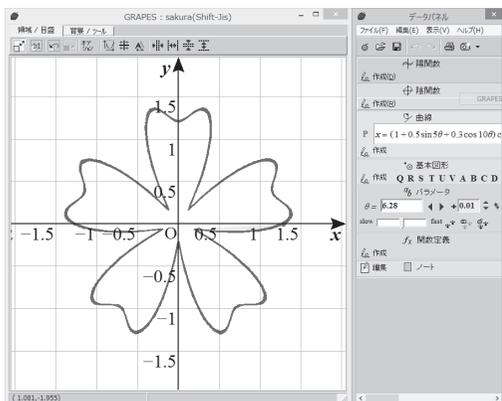


図2 リサージュ曲線 $x=\sin 4t, y=\sin 5t$ ($0 \leq t \leq 6.28$)



リサージュ曲線やアルキメデスの渦巻、正葉曲線などの有名な曲線を一通り描画した後、 $r=1+0.5\sin 5\theta+0.3\cos 10\theta$ を打ち込ませ、赤色で描画させた。(参考文献〔5〕)

図3 曲線 $r=1+0.5\sin 5\theta+0.3\cos 10\theta$



極座標に苦手意識を持っていた生徒からも「かわいい。極座標表示を見直した!」という声が聞かれた。

§4. 振り子を使ってリサージュ曲線を描く実験

原理

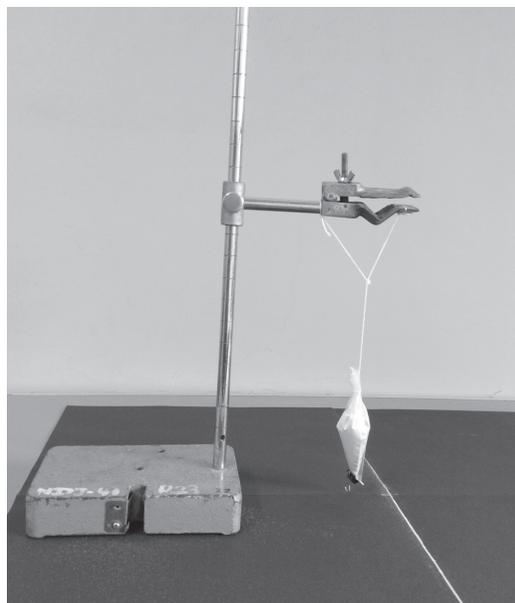
Y字型の糸の先におもりとして砂袋を取り付けた振り子を動かすと、 x 軸方向と y 軸方向に影響する糸の長さの違いから x 軸方向と y 軸方向で周期が違う運動をする。砂袋に小さな穴をあけておくことで、少しずつ砂がこぼれ、軌跡が描ける。

用意するもの

生徒が親しみを感じられるよう、できるだけ身近にある道具を使用した。

- ・スタンド(物理教室のものを使用)
- ・たこ糸
- ・砂(ハムスター用の焼砂などサラサラしたもの)
- ・ホイップクリームの絞り袋(100円均一などで売っているビニール製のもの。適当な大きさに切り、砂袋として用いる)
- ・黒い画用紙(今回は4枚貼り合わせ、台紙とした)
- ・クリップ(実験前に、穴から砂がこぼれないようにするため)
- ・セロハンテープ(画用紙を貼り合わせたり、糸をスタンドに固定したりするときに用いる)
- ・はさみ

図4 実験装置



実験授業の手順

①振り子の周期は糸の長さのみにより、おもりの質量や振幅によらないことを確認する。

- ・小学校での既習事項であるが、忘れていた生徒もいるので、実際に、長さや重さの違う振り子を振ってみて、視覚的に確認してもよい。
- ・物理選択者が多いクラスであれば、生徒に

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

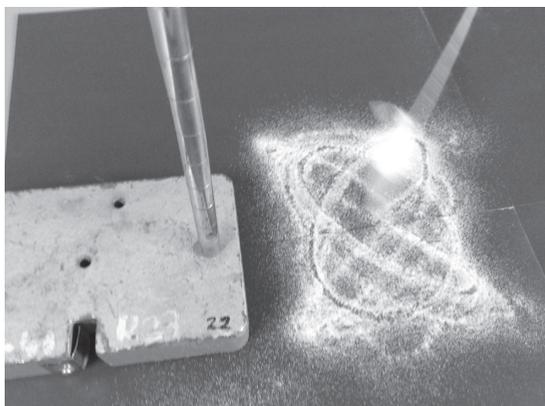
T :周期 l :糸の長さ g :重力加速度 を説明させ、教科横断型授業に持ち込んでもよい。

(参考文献〔6〕)

②Y字型振り子において、横方向の振動はYの字の下の部分だけが振り子の糸の長さとして働くが、奥行き方向ではY全体の高さが振り子の糸の長さになる。このことを示して、横方向と奥行き方向では周期が異なることを確認させる。周期が異なるため、横方向を x 軸、奥行き方向を y 軸とすれば、 $x=\sin at$, $y=\sin bt$, $a \neq b$ という式で振り子の運動を表せる(実験では、振り子の揺らし方によって、 \sin の前に異なる係数がつくことがある)ことを説明する。

③クリップを外し、振り子を揺らして見せる。砂袋を複数用意し、付け替えて、生徒にもやらせてみるとうよい。

図5 実験の様子



§5. 生徒の感想より

数学は紙と鉛筆でやるものと思って育った我々の世代と、生まれた時から ICT 機器に囲まれてきた生徒の世代では、感じ方も違うであろう。このことを説明したうえで、「あなたたちがどう感じたかを、先生に教えてほしい。」と言って、生徒たちに感想を書いてもらった。以下は、その一部である。

- ・パソコンで図形を描いたときもすごいと思ったけれど、振り子で描いたときのほうが感動しました。パソコンは数値計算の結果を座標にうつしただけだけれど、振り子は物理的な力で正確な図形を描いているのですすごいと思いました。

- ・デジタルネイティブの時代に生まれ、生きる私たちにとって、こうした実験を通して一見「デジタル」な図形を原始的に作図することは、脳に新しい刺激として残るので、「忘れない知識」として記憶するのを大きく助ける効果があると思います。そしてこれは数学に限らず、他の教科においても、そんな実験との出会いを増やしてゆけたら、教育現場が、ゆくゆくは生徒ひとりひとりの人生が豊かなものになるんじゃないでしょうか。

世の中は常に変化していく。どの時代においても、生徒の人生を豊かにする授業を行えるよう、常に研究していきたい。

《参考文献》

- [1] <http://stemtosteam.org/>
- [2] <http://blogs.scientificamerican.com/guestblog/from-to-steam-science-and-the-arts-go-hand-in-hand/>
- [3] 数学C(平成18年発行) 数研出版
- [4] <http://www.osaka-kyoiku.ac.jp/~to-modak/grapes/volume.html>
- [5] 新編 数学C(平成19年発行) 数研出版
- [6] 高等学校物理Ⅱ改訂版 啓林館
(京都府 ノートルダム女学院中学高等学校)