「大学入学共通テストモデル問題例」を用いたAL 型授業

船引（ふなびき）　明（あきら）

§1. H29とH30の試行調査から

H30年11月10, 11日に実施された共通テスト試行調査を見て感じたことは，やはり問題文が長いということ。教科書等をしっかり読ませ数学的内容をすばやく把握，表現する能力が必要であると感じる。しかし，H29の試行調査では今までに見たこともない問題という印象が強かったが，H30では読み解いていくと教科書や問題集にもありそうな問題が多かった。この傾向が続くことを願いたい。既習した内容をもう一度教科書で振り返り，読んだ上で，定義，証明等を改めて考えさせる時間をとりたい。

次に，「正弦定理における鈍角での証明」「相関係数」「面積の定義」「平面の角度」など教員が時間的に教えにくい(授業で省略してしまう)ような箇所の出題が目に付く。やはり『教科書をしっかり丁寧に教え，教科書に立ち返れ』という意味として捉えたい。蛇足的であるが，なぜかコンピューターソフトを無理やり使わなくてはならないという風潮になっているようで，生徒にも一度は「GeoGebra」等の図形描画フリーソフトを扱わせておいた方が良いように思う。

さらに，試行問題は(これからの共通テストも？)生徒に考えさせたい良問が多く，授業をつくるには最適の題材といえる。AL型授業で数学の意義を考えさせたい。

§2. 試行問題を授業に

従来どおり，基礎的な知識を講義型授業により，教え込み，テストで確認して，少しずつ応用的な問題ができるように積み重ねていくことは必要であると思う。しかし，上記のように試行問題は，「実際の問題を今までの知識に応用させて考える力」や「対話的な文章から数学的な事柄を読み取る力」，「それを数学に読み替える力」が必要であると感じた。そのような文章にできる限り触れさせる機会をつくることが大切であると考える。私はH30年「共通テスト初年度」にあたる当時の高校1年生を担当した。上記のことから，何か少しでも共通テストに向けて準備できないかと思い，単純に2017年5月16日に公表された「大学入学共通テストモデル問題例」を授業でやってみようと考えた。モデル問題例の中でも特に，例4の公園に銅像を建てる問題は「問題文が長いこと」，「会話形式を読み取ること」，「必要ない情報も多数入っていること」，「現実に即した問題になっていること」，そして何より「『鋭角であることを確かめる方法を説明せよ』という記述形式であること」が当時は衝撃的であった(以下参照)。

【参考　モデル問題例4 一部抜粋】

モデル問題例4

［1］ 花子さんと太郎さんは，次の記事を読みながら会話をしている。

＝公園整備計画＝　広場の大きさどうする？

〇〇市の旧県営野球場跡地に整備される県営緑地公園（仮称）の整備内容について，緑地公園計画推進委員会は15日，公園のメイン広場に地元が生んだ武将△△△△の銅像を建てる案を発表した。県民への憩いの場を提供するとともに，観光客の誘致にも力を入れたい考え。

ある委員は，「銅像の設置にあたっては，銅像と台座の高さはどの程度がよいのか，観光客にとって銅像を最も見やすくするためには，メイン広場の広さはどのくらいあればよいのか，などについて，委員の間でも様々な意見があるため，今後，実寸大の模型などを使って検討したい」と話した。

(写真はイメージ)

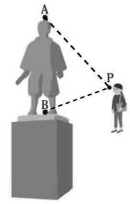
花子：銅像と台座の高さや，広場の大きさを決めるのも難しそうね。
太郎：でも，近づけば大きく見えて，遠ざかれば小さく見えるというだけでしょ。
花子：写真を撮るとき，像からどのくらいの距離で撮れば，銅像を見込む角を大きくできるかしら。

見込む角とは，右図のように，銅像の上端Aと下端Bと見る人の目の位置Pによってできる∠APBのことである。

二人は，銅像を見込む角について，次の二つのことを仮定して考えることにした。

- 地面は水平であり，直線ABは地面に対して垂直である。
- どの位置からも常に銅像全体は見える。

次の各問いに答えよ。なお，必要に応じて10ページの三角比の表を用いてもよい。



35

しかし，実際に授業で扱おうとしたときに多くの障害があることに気づいた。

① 三角比を主として用いる問題であるが，図形の性質（方べきの定理など）も用いる。しかし，図形の性質を学んでからでは，三角比の復習に多くの時間を割かざるを得ない。

② 問題文が長いため，すべてを読ませると時間がかなりとられる。課題としてもよいが，詰めが甘くなる。しかし，授業内では時間がない。

③ 「モデル問題例４」は天下り的な箇所もあり，解説をつけるべきか，それも含めて考えさせるべきか，判断が難しい。

④ 記述式をイメージし，現象を説明することと実際の問題を数学的な言葉に置き換えることができなければならない。

そこで，上の問題点を解決する方法としてアクティブラーニング型授業の１つである知識構成型ジグソー法（以下，ジグソー法）を用いる授業案を考えた。ジグソー法では既習事項を含めた３つか４つの知識の部品に分け，同じ部品を考えあうグループを作り，その部品の内容をグループ内で検討する（エキスパート活動という）。「モデル問題例４」は多くの知識が集まっているので，それをエキスパート活動として分配。長い文章を分割した。天下り的な箇所もエキスパート活動に加えることにより，より深く考察することができると考えた。さらに，図形の性質での定理を紹介（相似三角形を考えさせ定理の証明の骨格を見せた）し，数学的事実だけを与えて，お互いに教え合うことにより，新しい知識も習得させ，知識を持ち寄って実際の問題にチャレンジさせるという意欲を与えた。生徒どうしが現象を説明する力を養うことも考えた。

§3. 実際の授業の流れ

◎ モデル問題例４をプリントにして配布。生徒にこのような問題にチャレンジすることを宣言（目標設定と動機付け）。

◎ ４つのグループに分け，エキスパート活動を行う（20分間）。

◎ グループを組み直し，自分たちが学んできた知識を説明し合わせる（10分間）。

◎ 新たに今回考察する問題を配布。ジグソー活動を行わせる（20分間）。

◎ グループで出た意見を黒板に書かせ，全体に説明させる。意見を交換させる。クロストーク活動（10分間）。

◎ １人でもう一度問題に向き合い，まとめる。さらに，実際に写真に撮らせてみる。

（静岡東高校は65分授業）

§4. エキスパート活動と考察する問題

エキスパート活動では４つの課題に取り組ませた。

【エキスパート課題①】

見込み角を最大にするのは３点が同一円周上にあり，かつ，直線ABに垂直な直線が接線となり，その接点がＣとなるときであることを実験的考察から考えさせる（証明は省略）。

【エキスパート課題②】

同一円周上にある３点について相似三角形を元に考えさせる（方べきの定理について）。

【エキスパート課題③】

平方数でない数のルートの近似値を考えさせる。

【エキスパート課題④】

三角比の表を用いて，$\alpha+\theta$ の tan と θ の tan から見込み角の角度を求めさせる。

その後，考察する課題を以下のように与えた。

【研究課題】

仏像ABを台BQの上に建てる。カメラＣから写真を撮るとき（カメラ台CP），見込み角が最大になる距離PQ（cm）とそのときの見込み角 θ を求めよ。ただし，AB＝40 cm，BQ＝260 cm，CP＝54 cm とする。

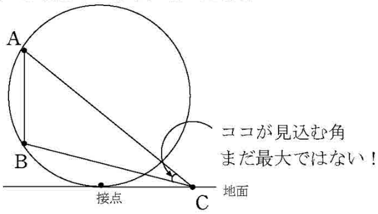
【参考　エキスパート課題①】

研究課題①　後で残りの班員に説明すること

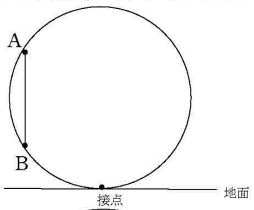
～見込む角を最大にする問題～

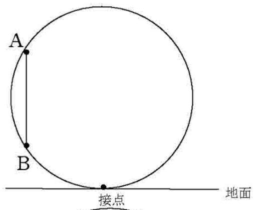
地面のある点Cから測って点A，Bを見込む角が最大になるのはCがどこにあるときか。ABを通る円（下図）を用いて考えてみよう。

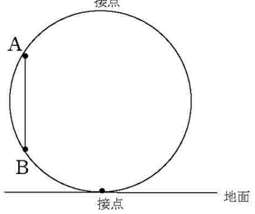
例題　Cを以下のように取ったとき

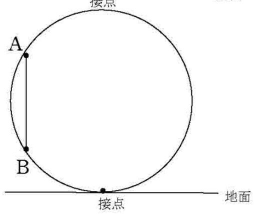


下の図を使って，いろいろ書いて考えてみよう！









こたえ 直線ABに垂直な直線と，ABを通る円が接するとき，見込む角が最大になるのはCを（　　　　　）としたときである。

【参考　エキスパート課題②】

研究課題②　後で残りの班員に説明すること

～接弦定理と相似三角形の問題～

△ABCの外接円と直線ABとCにおける接線が垂直になる以下のような図形を考える。

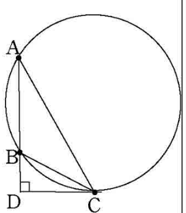
このとき，接弦定理から ∠BCD＝∠CAB

このことから，△ACD ∽ △CBD

DB : DC＝DC : DA

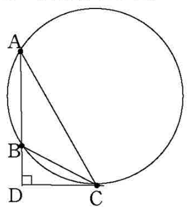
すなわち，

$DC^2＝DB×DA$

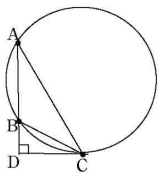


練習　次の図形において長さを求めよ。

(1)　AB=2，BD=1のとき，DCの長さを求めよ。



(2)　AB=2，BD=1のとき，ACの長さを求めよ。



【参考　エキスパート課題③】

研究課題③　後で残りの班員に説明すること

～ルートの近似～

$\sqrt{20010}$ は手計算で求めることが困難である。

しかし，既知のものを利用して概算を出すことはできる。

$\sqrt{2}≒1.41$ を利用して

$\sqrt{20010}≒\sqrt{20000}=\sqrt{2}\times\sqrt{10000}$

$=\sqrt{2}\times 100$

$≒1.41\times 100=141$

問題

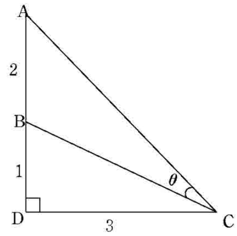
次の値の近似値を求めよ。

(1)　$\sqrt{50002}$　　　(2)　$\sqrt{2420001}$

【参考　エキスパート課題④】(三角比の表もつけた)

研究課題④　後で残りの班員に説明すること

～ tan で角を求める～



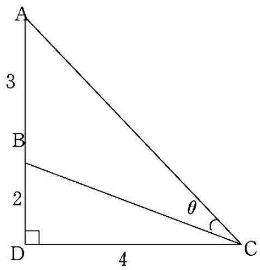
$\tan\angle ACD=\dfrac{1+2}{3}=1$　　　$\angle ACD=45°$

さらに，$\tan\angle BCD=\dfrac{1}{3}≒0.33$

三角比の表から　$\angle BCD≒18°$

よって，　$\theta=45°-18°=27°$

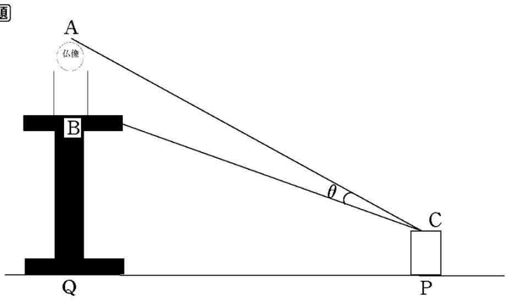
練習　θを求めよ。



【参考　研究課題】

研究問題　　班員の力を合わせて以下の問題を考えてみよう。

問題



仏像を建立し，カメラ（C）で写真に納めたい。
見込み角 θ を最大にするとき，PQ の長さは何 cm にすればよいか。また，そのときの θ を求めよ。
ただし，AB=40cm，BQ=260cm，CP=54cmとする。

§5. 生徒の反応と得られた結果

【エキスパート課題①】は「実験的で証明になっていない」と生徒たちは不安そうであったが，接点になるという結果は予測できた様子。

【エキスパート課題②】は円と接線の性質が中学での既習事項であると私が勘違いしていたため，簡単であろうというこちらの予想を大きく外れ，若干の混乱があった。値を求めるという点では問題なかった。

【エキスパート課題③】【エキスパート課題④】に関しては大きな問題はなかった。

【研究課題】についてはなかなか答えが出ず，生徒たちの様子を窺っていると，対話的になっていないグループはうまく計算に持ち込めていない様子であった。つまり，この課題は４つすべてが理解できていないと解決しにくく，生徒たちに対話をさせる問題として適切であったといえる。その後，進んでいないグループに全員で話し合うことを強く勧めたところ，少し時間がかかったところも出たがすべてのグループが解答を導き出した。

生徒たちの得た結果は，２グループは大きくずれていたものの，そのほとんどが事前に正答として用意していた値と同じ値(223～225 cm)であった。クロストークをさせて，生徒に考え方を解説させたが，生徒たちから「３点 ABP が同一円周上の点のとき」という言葉が出ず，なんとなく数字の当てはめで計算して得た感じが残った。答えが大きくずれたグループはまさに「同一円周上の点になる」という所が分からなかった様子であった。

最後に，実際に求まった地点からカメラで写真を撮らせたところ，生徒から「これでは仏像が写りません。」と言う言葉が出た。写真に収めるときは，距離だけでなくカメラを傾ける角度(上の場合の θ の下の角)を考えなくてはならない。これも計算で求めてはいるが，生徒たちは計算に夢中になり，実際とはつながっていなかったようだ(ただし，ヒントを与えればこれに気づく生徒は出てきた)。

§6. 改めてモデル問題例 4 について

この授業においてかなりのヒントを与え，１時間分の時間を割いても理解度は不十分であった。さらに，この問題の記述式の部分である「余弦定理から鈍角であることを説明する」部分や「正弦は鋭角では増加関数である」という性質などの部分を省略してこれである。この問題の奥深さを改めて痛感した。そして，他のモデル問題やH29，H30年度の試行問題でも同様に探求的・対話的な授業ができるのではないかという思いに駆られた。また，研究し実践してみたい。

§7. 最後に

私は，数学という教科は知識構成型ジグソー法を用いるのが難しい教科であると感じている。１つの正解があり，できる生徒はこちらが用意するエキスパート活動をすべて知っている可能性があり，対話も探求もなく，１人で解く事ができてしまう可能性がある。では，エキスパート活動を難しくすれば良いかというと，それでは，できない生徒はまったく理解できずその授業に入れない。さらに，分割したエキスパート活動は同レベルにしておかないと時間を持て余してしまう生徒が出てしまう。今回，紹介したものはエキスパート課題①～④のすべてが既習事項でなく証明などを省略してわかりやすい(答えやすい)形にしたので，うまくエキスパート活動，対話的なグループ活動，クロストーク活動ができたように感じる。

《参考文献》

「大学入学共通テスト(仮称)」記述式問題のモデル問題例ホームページ　www.dnc.ac.jp

CoREF ホームページ　coref.u-tokyo.ac.jp

(静岡県立静岡東高等学校)