

# 「 $1 \in A$ 」は正解か不正解か

ないとう やすまさ  
内藤 康正

## §0. はじめに

2017, 2018年の2年間にわたって大学入学共通テスト導入に向けた試行調査(プレテスト)が行われました。制度改革の目玉の1つが記述式問題の導入であったわけですが、「記述式問題のモデル問題例(平成29年5月)」で示されたような充実した記述式問題は影をひそめ、「1行記述」で済む問題となっていました。

この度プレテストの問題を一通り解いてみました。2018年度の数学I・数学Aの記述式問題は3題あり、いずれも疑問点があるのですが、特に最初の問題について、平成31年1月時点で感じたことをまとめてみた次第です。

## §1. 第1問の最初の記述問題と正答例

その問題は次の通りです。

有理数全体の集合を  $A$ , 無理数全体の集合を  $B$  とし, 空集合を  $\emptyset$  と表す。

「集合  $A$  と集合  $B$  の共通部分は空集合である」という命題を, 記号を用いて表すと次のようになる。

$$A \cap B = \emptyset$$

「1のみを要素にもつ集合は集合  $A$  の部分集合である」という命題を, 記号を用いて表せ。解答は, 解答欄(あ)に記述せよ。

正答例は

$$\{1\} \subset A \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

で「これと異なる記述であっても題意を満たしているものは正答」との留意点が添えられていました。

「題意を満たしているもの」はどこまで認められるのでしょうか。

$$1 \subset A \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\{1\} \in A \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

が予想される誤答例だと考えます。

筆者は, 問題文に「記号を用いた例」として  $A \cap B = \emptyset$  が挙げられていることから

$$\{1\} \cap B = \emptyset \quad \dots\dots \textcircled{4}$$

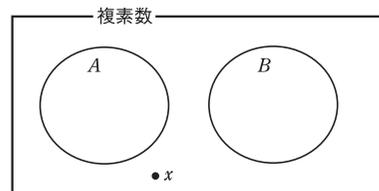
を解答しました。④が真っ先に思い浮かんだのですが, 問題文で示された例にない記号は用いない方が良いのではないかと考えたためです。このように, 問題文の読み取り方によっては④(あるいは, 下の⑤)のみが正解であるという見方もあるのではないのでしょうか。また, そのために解答できなかったというケースもあったかもしれません。

## §2. $\{1\} \cap B = \emptyset$ の問題点

ところが, ④を正解とするには問題点があることに気づきました。それは全体集合が規定されていないからです。そのため, 例えば全体集合が複素数全体の集合であれば

$$x \in B \iff x \in A$$

が成り立たず,  $\{x\} \cap B = \emptyset$  であっても  $\{x\} \subset A$  とは限らないことになります。



全体集合がない以上, 補集合も考えられないので

$$\{1\} \cap \overline{A} = \emptyset \quad \dots\dots \textcircled{5}$$

もアウトでしょう。しかし,  $P \subset Q$  を  $P \cap \overline{Q} = \emptyset$  とつまり

「 $P$ なのに $Q$ でない, ということはありません」と訳せる受験生の論理的思考力は評価されるべきだと思います。

全体集合が規定されていない問題において, ④や⑤は「題意を満たしているもの」とみなされるのでしょうか。正答例に近い形の解答としては

$$\{1\} \subset B \quad \dots\dots ⑥$$

$$\{1\} \subset \overline{B} \quad \dots\dots ⑦$$

なども同様です。

ただ、 $\sqrt{2}$  の無理数性の証明(数学 I)においては「 $\sqrt{2}$  は実数であるから」という断りなく、全体集合は実数全体という大前提のもとに「有理数でないものは無理数である」という論理が用いられています。この立場に立ってしまえば④～⑦は紛れもない正解と考えます。

### §3. $1 \in A$ は正解か不正解か

次に

$$1 \in A \quad \dots\dots ⑧$$

はどうでしょう。一見、「1のみを要素にもつ集合」を「{1}」と表せていないので不正解と思われま

しかし  $\{1\} \subset A$  の定義は、教科書に依れば

「集合 {1} のどの要素も A の要素であること」

です。集合 {1} の要素は 1 のみですから、これは

「1 が A の要素であること」

です。つまり

$$\{1\} \subset A \text{ の定義は } 1 \in A$$

です。こう考えると「 $1 \in A$ 」も正解(のはず)です。プレテストにおいて  $1 \in A$  という解答も少なくなかったと予想しますが、どのように評価されたのでしょうか。

$\{1\} \subset A$  に気がついたにも関わらず敢えてリスクを冒して④～⑧を答える受験生はいないと思いますが、次のような問題形式も考えられますから、こうした議論は新テストに必要な対策だと思

有理数全体の集合を A, 無理数全体の集合を B とし, 空集合を  $\emptyset$  と表す。

次の選択肢の中から  $\{1\} \subset A$  と同値なものをすべて選べ。

- ④  $\{1\} \cap B = \emptyset$  (先の④)
- ①  $\{1\} \cap \overline{A} = \emptyset$  (先の⑤)
- ②  $\{1\} \subset B$  (先の⑥)
- ③  $1 \in A$  (先の⑧)
- ④  $\{1\} \cap A = A$
- ⑤  $\{1\} \cup A = A$

更に,

$$\text{命題 } \{x \in \{1\} \implies x \in A\} \text{ が真である} \quad \dots\dots ⑨$$

$$\text{実数全体の集合を } R \text{ として } \overline{\{1\}} \cup A = R \quad \dots\dots ⑩$$

のような「記述式の」解答はどうなるのでしょうか。

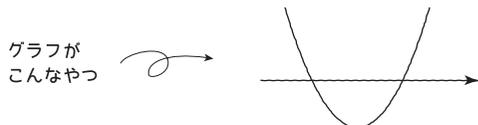
筆者が勤めはじめのころ, 定期考査で

「2 次方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  が異なる 2 つの実数解をもつ条件を答えよ」

という出題をしたことがあります。

(判別式を D として)  $D > 0$

という解答, またはそれに準じたものを正解にする予定でしたが, 生徒の解答は千差万別で, 中には



という図入りの解答がありました。説明は不十分なのですが, 狭い解答欄に小さなグラフが描いてあり,  $D > 0$  を丸暗記してきただけの生徒より, 数学は得意だった記憶があります。

新テストで記述式問題を取りやめることはできないとは思いますが, 問題作成や採点の労力, そして公平性の確保の難しさを考えると, 記述式の出題にどれほどの意味があるのか疑問に感じるところです。「グラフがこんなやつ」の例のように, 模範解答以外の解答の扱い如何によっては正確な学力を測り損なう可能性もあります。これでは本末転倒といわざるを得ません。

### §4. 結びにかえて

本問の場合, 問題内容が

「1のみを要素にもつ集合は集合 B の部分集合である」という命題を, 記号を用いて表せ。

であっても問題自体は成立します。命題と命題の真偽は別ですから正答例は「 $\{1\} \subset B$ 」ですが,  $\{1\} \subset B$  という解答や, 出題ミスではないかという誤解など, 様々な混乱が起きそうです。この意味で, 本問のような設問は真偽が定まらない一般的なケースについて問う方がよいとも感じました。

受験生にとっては 1 点を争う真剣勝負です。様々な議論を深めることがまだまだ必要だと思います。

(東京都立立川高等学校)