

問題解決学習

さ さ き ひ さ し
佐々木 久

§0. はじめに

足立区立第六中学校に新規採用で着任し、6年目の昭和59年度に、東京都教員研究生として、当時目黒区内にあった東京都立教育研究所数学研究室で1年間、研修させていただく機会を得た。数学研究室において、指導主事、小学校の先生方と研究の苦楽を共にさせていただいた経験は、現在も私にとって掛替えのない宝物になっている。

その年、私が設定した研究主題は「数学に対する関心・態度を育てる指導－2次方程式の指導を通して－」であった。指導と表裏一体の評価についても当然、研究対象になるが、微力な私が僅か1年間の研究で成果が得られる対象でないことはすぐに分かった。それは、同室の先生方とゼミを重ねていく中で、児童生徒の算数・数学に対する見方・考え方、思考の様相、そして、指導を通して子どもがいかに変容していくかということについて数知れない貴重な教えを得たからである。

§1. 1980年代の数学教育について

1980年、アメリカのNCTM (National Council of Teachers of Mathematics) から発行された冊子([1])の中に8つの勧告が見られる。その第一勧告として、「問題解決が1980年代の学校数学の焦点とならなければならない」とある。上述のゼミの中でも幾度となく取り上げられた研究課題で、現実場面で生じるであろう身近な問題を数学の問題としてとらえ解決させる指導法の研究は、数学に対する興味関心を育てる指導に深く関係すると考えられた。戦後、昭和24年から昭和35年に、主に小学校を中心に取り組まれた「生活単元学習」は系統性や論理性が弱いと批判されつつも、生活経験や社会的有用性の立場に立つ学習として、算数・数学の学習の必要性を体験を通して身に付けさせる指導として意義をもち、現在でも算数・数学の教材開発の中で生き続

けていると思われる。

§2. 数学に対する関心・態度

教員研究生の時に広く教育図書、教育論文を精読する文献研究を通して、興味、関心、態度の概念規定を私なりに理解し、中学校数学における「数学に対する関心・態度」について、目に見える行動として表出する態度の具体化を試みたが、正直、いまだにまとめきれていない。

現在、私が考えている「数学に対する関心・態度」は、以下の10項目である。

- ①未習の学習事項を習得しようとする関心態度
- ②ノート、作業、作図を丁寧に行おうとする態度
- ③提起された問題の意味を理解しようとする態度
- ④既習事項を利用して問題を解決しようとする態度
- ⑤問題の考え方、解き方のよさを認めようとする態度
- ⑥規則性や法則を見出そうとする態度
- ⑦種々の考え方をまとめ、一般化しようとする態度
- ⑧問題解決の手法を他の問題の解決に適用しようとする態度
- ⑨解決した問題をもとに、新たな問題を作ろうとする態度
- ⑩問題解決を通して気付いたこと、得たことを他者に発表しようとする態度

この10項目は、数学教師の1人として、こういう生徒に育ってほしいという願いである。同時にこれらの態度を身に付けさせるための指導と評価について、今後も研修、実践を通して研究し続けていかなければならない。単に態度の良し悪しを決めつけてしまう評価項目ではないことを断っておく。

§3. 大学入学希望者学力評価テスト(仮称)

平成27年12月22日、文部科学省の高大接続システム改革会議(第9回)で配布された別紙資料

『大学入学希望者学力評価テスト(仮称)』で評価すべき能力と記述式問題のイメージ例【たたき台】((2))の中で、数学Ⅰにおいて重視すべき学習のプロセスと評価すべき具体的な能力として、以下の7項目が見られる。

- ア) 問題文・図形等の事象やその数学的表現から情報を読み取る力
- イ) 事象から問題解決に必要な情報や条件を抽出・収集したり、仮定を置いて考えたりする力
- ウ) 情報を整理・統合して問題解決の方針を立てる力
- エ) 関数や命題等を、適切な数学的表現を用いて表す力
- オ) 数学の知識や技能を用いて論理的に考察・処理して結果を得る力
- カ) 得られた結果を吟味し、それを基にさらに推論したり、概念・法則・傾向等を見出して体系化したりする力
- キ) 数学的な過程や結果を他者に分かるように伝える力

この7項目にある「力」を「態度」に置き換えて読み直してみると、私が考えている「数学に対する関心・態度」と幾分、合致するように思われる。

そこで、上記7項目の力を「数学の力」と名付ければ、これらの数学の力を身に付けさせる指導は、従来の講義形式による授業に加えて、その原動力となる数学に対する態度を身に付けさせる意図的計画的な指導と評価も必要になると思われる。そうであるとすれば、一朝一夕では難しい態度の育成を目指して、今以上に見通しをもった長期的な指導計画が必要になる。たたき台にあげられている問題に類する問題をただ解かせるだけの指導で、「数学に対する態度」を育てることや上記の「数学の力」を身に付けさせることができるとは到底考えられない。

そこで、来る学習指導要領の全面改訂に伴い、従来の授業形態に加えて、どのような指導と評価が必要になるのか。これを考察することによって、現在、叫ばれ実践されつつある「アクティブ・ラーニング」および上記の「数学の力」を育てる意義と指導法がより明確になると思われる。

§4. アクティブ・ラーニングとの関連

平成24年8月に中央教育審議会は、報告書「新た

な未来を築くための大学教育の質的転換に向けて～生涯学び続け、主体的に考える力を育成する大学へ～(答申)』((3))の中で次のように述べている。

「生涯にわたって学び続ける力、主体的に考える力を持った人材は、学生からみて受動的な教育の場では育成することができない。従来のような知識の伝達・注入を中心とした授業から、教員と学生が意思疎通を図りつつ、一緒になって切磋琢磨し、相互に刺激を与えながら知的に成長する場を創り、学生が主体的に問題を発見し解を見だしていく能動的学修(アクティブ・ラーニング)への転換が必要である。(後略)」

この中教審に対する諮問として初等中等教育における教育課程の基準等の在り方について、「『何を教えるか』という知識の質や量の改善はもちろんのこと、『どのように学ぶか』という、学びの質や深まりを重視することが必要であり、課題の発見と解決に向けて主体的・協働的に学ぶ学習(いわゆる『アクティブ・ラーニング』)や、そのための指導の方法等を充実させていく必要がある」と述べている。

アクティブ・ラーニングは、もともと大学で用いられている用語である。そして、これまで小中学校では当たり前のように行われてきた学習方法の一つでもある。学習者が有する専門的知識、情報の収集と活用能力および経験を差し引けば、大学でいうアクティブ・ラーニングに匹敵する実践を日々重ねている小中学校はたくさんある。

以上を踏まえて、今後、高等学校現場において急務となる算数・数学における「大学入学希望者学力評価テスト」で望まれる学力を身に付けさせる指導と評価について、私なりの考えを述べてみたい。

まず、過去に何度も叫ばれ実践されてきているにも関わらず、アクティブ・ラーニングという言葉とともに、生徒が自発的、主体的に問題に取り組む指導が、なぜ再び学校教育に登場してきたのか。

その理由の1つとして、小中学校の算数・数学に比べて、高等学校数学では教えなければならない学習内容の量が多く、加えて、学習内容がより抽象的であるがゆえに、ともすると、高等学校では依然として講義形式による授業になりがちであることがあげられる。もちろん、教科書の内容を確実に理解させる指導は不可欠である。

また、取り上げる問題にしても、日常の身近な問

題には程遠い内容である。アクティブ・ラーニングという視点から見れば、小中学校の指導に比べて立ち遅れているだけではなく、教材の開発が難しいという点があるだろう。しかし、このような状況の中で、大学入試の形態を変えてまで上記の評価テストを導入することは、従来の高等学校の指導に対する警鐘であるように思えてならない。

では、この評価テストを意識して高等学校の数学教育はいかにあるべきか。このような問題提起を自身に投げかけるのは、このテストが従来の知識、技能、考え方を問うテストにとどまらない内容を持ち得るからである。無論、現場の一教師があれこれ考えるレベルではないことは十分に承知しているが、新学習指導要領が実施される前に、過去の学校教育を振り返り、自身の考えを持っておくことは決して無意味なことではなく、指導法を考察していく上で、たとえこれから述べる内容と意を異にするものであっても、数学の力を育てる意義をより深く理解できると考えられる。

温故知新の教えの通り、その鍵は1980年代の問題解決学習にあるような気がしてならない。

「いかにして問題をとくか」〔4〕の著者G.ポリアの流儀を土台に置きつつ、現実の身近な問題を理想化、抽象化した問題による問題解決学習である。

限られた授業時数の中で学習指導要領に示された内容を、単元を越えて横断的、ダイナミックに学習する問題解決の場を設定する。生徒に提起する問題の開発も大変であるが、その評価、たとえば、評価の観点の具体化と場面の設定、個々の生徒の評価の記録方法等はさらに大変になる。ただし、今はタブレットPC等、ICTの性能が格段に上がり、瞬時に生徒の反応を集約、分析できる能力を持っている。

この学習方法が確立されれば、それこそ学校教育における大改革になるであろう。小学校算数から高等学校数学まで、一貫性のある指導体系が完成し、最終評価として「評価テスト」が位置付けられることになる。この学習のために、過去の類似問題を練習させたり、俄作りの指導に終始したりすることにならないよう指導にあたるのが肝要であると思う。

§5. 高等学校における数学の指導について

各学期に数時間、複数の単元の学習が終わったところで、複数の学習内容を融合した問題を提起して問

題解決学習を行う。「哲学辞典」〔5〕によれば、問題について次の記述を見ることができる。

「問題は認識の過程において、つねに提起されていなければならない。問題がなんらかの意味で提起されているということが、認識のはたらきが生きている証拠になる。しかし、提起された問題は、つねに解決されなければならぬ。問題を未解決に放置しておくことは、けっして認識のはたらきが許さないのである。しかし、解かれた問題は、それが解かれたときに、かならず、新しいいくつかの問題を生んでいる。そのそれぞれが、つぎにあらたに解かれなければならぬ。われわれの認識の過程はこのような問題の提起と解決との、かぎりない連続と考えられる。しかしそれによって認識はより分化し、発展し、深化するのである。」

すなわち、数学的活動は、問題の提起または発見とその解決の連鎖であるといえる。これは座右の書である、竹内芳男・沢田利夫編著「問題から問題へ」〔6〕の中で多数の実践事例と共に何度も主張されていることである。

§6. 問題の設定

今後、多くの実践を積み重ね、公開していくことによって、授業の中で生徒に提起する問題のデータベース化、共有化を望みたい。経験の浅い先生方にとっては良き助けになると思われる。すでに小中学校においては相馬一彦氏が著した〔7〕等の貴重な書籍がある。

さて、高等学校数学において、最初に提起する問題の作成または既成の問題の利用に関して、どのようなことに留意したらよいであろうか。

最初に提起する問題を1から作り上げる時間がなければ、それこそ複数の単元の内容を融合して作問された過去の大学入試問題が恰好の問題の素材になると思われる。あとはそれをどのように取り上げるかを工夫すれば良いのではないか。問題の提起と解決という連鎖を意識しつつ、既成の入試問題に手を加える。留意する点として、次の5項目を考える。

- ①問題は生徒にとって身近な内容で、かつ数学的内容を豊富に備えていることである。
- ②問題の解決は適度に困難であることである。
- ③生徒の手によってその問題から次の問題を生み出すことができる、または教師によって次の問題を

示唆することができることである。ただし、いたずらに多くの条件を含む問題よりも、形式が単純である方が扱いやすいと思われる。

- ④問題解決または問題の連鎖にある程度の広がりと限度があることである。このような授業に慣れてくると、中学生の場合などは問題作りに夢中になるが、指導時数にも限りがある。
- ⑤解決方法や、新たに見出した問題を発表する場を設定することができることである。これには単なる数式の計算問題は当てはまらない。ただし同時に、基礎的基本的な知識理解の定着を図りつつ、計算力の低下にならないように指導にあたること、いつも特定の生徒だけが中心となる授業にならない配慮が不可欠である。

§7. 問題例

数学的内容を豊富に含む分野として、理学、工学、社会科学という3分野に絞って考えるだけでも、様々な問題が考えられる。

- ①テーマパークにあるアトラクションに「コーヒークップ」という乗り物がある。円の中で円が回転するとき、ある点の軌跡を考えれば、曲線を考察する問題になり得る。
- ②生徒それぞれが、自作した正四面体の模型を手にしつつ、正四面体のもつ性質を見出しまとめていく問題を設定する。日常生活の中だけに限定して探すことをしなくても、生徒が自作した正四面体は、十分に身近な問題になり得る。
- ③線型計画法など、関数の最大最小を考察する問題は教科書にも日常生活にも多数見ることができる。
- ④ものの個数を求める、グループ分けをするという問題は、集合の考え、整数問題になる。
- ⑤ユークリッド幾何を動的に扱う。幾何の問題をコンピュータの図形ソフトを利用して提示する。提示された問題を解決した後、生徒が点や線分などを自由に動かすことによって、新たな問題が発生する。次の例は入手困難で不適切ではあるが、The Geometric superSupposer (SUNBURST)のような優れた図形ソフトもある。注意すべき点は、プレゼンテーションとして教師が使うのではなく、生徒自らが画面に表示された図形をいろいろ動かして、新たな問題を発見したり、その図形のもつ不変の性質を見出したりするところにある。

- ⑥友田勝久氏が開発した GRAPES を問題提起に利用すれば、パラメータを変えることによってそれらのグラフから、共通点や相違点を見出す問題になり、パラメータのもつ意味を学ぶことができる。

§8. 指導と学習の流れ(2時間扱いの例)

講義形式の授業に慣れた生徒に、問題解決学習をさせようとする、生徒の戸惑いは少なくない。そこで、普段の授業から、問題解決後、次の問題に移る時に、これで終わりにしてはもったいないと思わせるような助言や指示をしておく、「問題から問題へ」の学習の動機付けになるとと思われる。問題解決を意図した授業は、次のような流れで行う。

- ①問題の提起・提示 [教師]
- ②問題の解決(個人・グループ) [生徒]
- ③問題解決の仕方の発表 [生徒]
- ④気づき(解決の着眼点、解決過程で生じた疑問、問いなど)の共有 [教師・生徒]
- ⑤問題解決の仕方のまとめ [教師・生徒]
- ⑥問題作り(問題を構成する要素の変更、一般化など) [生徒]
- ⑦課題の確認(レポート) [教師]

§9. 終わりに

以上、手元にある文献とこれまでの稚拙な実践から思いつくままに、問題解決学習と新学習指導要領との関連、数学の力、新テストについて私見を述べてみた。異論の多いことと思う。

《参考文献》

- [1] An Agenda for Action-Recommendation for School Mathematics of 1980's-, NCTM
- [2] http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chousa/shougai/033/shiryo/1365554.htm, 文部科学省
- [3] http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo0/toushin/1325047.htm, 文部科学省
- [4] いかにして問題を解くか, G.ボリア, 丸善
- [5] 哲学辞典, 平凡社
- [6] 問題から問題へ, 竹内芳男・沢田利夫, 東洋館出版社
- [7] 「問題解決の授業」に生きる「問題」集(中学校数学科・新しい授業づくり), 相馬一彦, 明治図書出版
- [8] 教育評価 第2版補訂2版, 梶田叡一, 有斐閣双書

(東京都立三鷹中等教育学校)