「演習」の授業についての考察と提案

船引　明（ふなびき　あきら）

§1．現状

多くの高等学校における数学演習のスタイルは

生徒が黒板に板書

→　生徒（or 教員）が解説

という形式を取っているように思う。このスタイルはごく少人数（5名程度）の意欲の高い集団には非常に効果的で，大学でのゼミ等でも用いられる。説明する生徒の学びは計り知れないものがあり，また，説明を受けている生徒も1つの解答に留まらず，議論を深めることができる。学問として数学を堪能できる最上のスタイルであるように思う。

しかし，40名（習熟度別等で20名前後に減らしたとしても）でこのスタイルの授業を行うことには大きなデメリットがあるように感じる。以下に，そのメリットとデメリットをいくつか挙げる。

・メリット

① 生徒がじっくり時間を使って自分の解答を作成する。
② 生徒が説明する形式の場合，教えるということによる高度な学びとなる。
③ プレゼンテーション力の向上。

・デメリット

① 解答冊子を与えられないことが多く，1問あたりかなりの時間を割く必要がある。
② 指名されている問題のみ予習することが多くなり，それ以外の問題を聞き逃してしまう。
③ 板書は生徒任せになることが多く，分かりづらく，ノートに取りづらい。
④ 生徒の説明ではわかりにくい。
⑤ 時間の都合上，質問しにくい。

まず，大きな問題点の1つは，授業に参加している生徒の少なさである。もちろん非常に意欲ある集団で，全員が予習を行い，授業においても生徒の説明，教員の説明を確実に聞き取ることができる集団であるかもしれない。しかし，そうであっても，実際の受験指導における演習の位置づけを考えると，毎回1問1問について議論を深めることなど時間の都合上，不可能であるといえる。しかも，現実はほとんどが上のような集団ではなく，その問題を指名された生徒のみがじっくりと考え，他の生徒の大半は少し考える程度。解ける生徒にとっては，なぜ，生徒の下手な説明をもう一度聞かなければならないのか。解けない生徒にとっては，わかりにくい板書で要点がつかみにくいまま終わってしまう。さらに，指名された生徒もいろんな問題集を調べ，自分でつくった解答ではなく，ただ写してきただけの解答だったりもする。

もちろんそうであったとしても，他の生徒の前で説明させることは意義があり，「うまく説明するには」「数学的に要点をおさえるには」などの注意を行えば，1時間あたり数人は実りあるものになるように思うが，実際その数人も，授業前に解答が与えられない状況で何時間もその問題を考える。数学として，学問としては，それで良いのかもしれないが，受験を意識するとそれでは厳しい。1問に何時間もかけてはいけない。他の教科もある。

さらに，問題であるのは，その解答を教員が説明するスタイルである。生徒は赤本等で調べて理解していなくても書けば終わり。教員も黒板だけではその解答の意図を考察し切れない。もちろん誤った議論を訂正し，その場でうまく矛盾点を見つけ出し，うまい解答を作り上げることは教員の技量によるところである。しかし，実際に演習で行いたいのは一人の生徒の板書の訂正ではない。多くの生徒が躓き，難しいと感じるポイントを解説することにある。それを説明するには生徒のまずい板書ではなく，要点をつかんだ「教員の板書」でなければならないよう

に感じる。

そして，もし，生徒に考えさせるのであれば，オリジナル（または過去問でも検索しても出てこないもの）を使用すべきである。巷に解答があるものを長い時間考えよというのは，現在のインターネットの環境を考えると困難であるといわざるを得ない。しかも，生徒に見せたい解答はどの問題にもあり，1つの生徒の解答では心許ない。考えさせるなら別解など解答を何種類も提示したいところである。

また，授業時間の使い方も気になるところである。生徒に板書させている間に他の生徒の解答をチェックするのがベストであるが，なかなかうまくいかず，最低限板書されている解答のポイントや矛盾点を確認する程度になる。そして板書している以外の生徒にとっては，書き終わっているわけではないのでノートに取ることもできず，ただただ見ているだけになる。だらだらと私語をする生徒もいる。教員の解説が始まると聞かざるを得なくなり，ノートにはとれず，逆にノートを取ると解説が聞けない。解説が終わると板書の都合上すぐに消してしまう。待ち時間が多く，ノートもとれず非常に効率が悪いように感じる。これはICTの活用や授業前に板書させる，事前にプリントしておくこと等によりカバーできるが，それならそもそも生徒に黒板に書かせる必要を感じない。

最後に，この授業の形式で多く見られるのであるが，多くの解説をしようと黒板にぎっしり（後の黒板まで使用して）書かせるタイプの授業がよく見られるが，生徒の立場で見ると，それをノートに写すのは困難であるといわざるを得ない。さらに，これに教員のコメント，ポイントを書き込むため，さらにわかりにくくなってしまう。

§2. 授業方法の提案

この現状を打破するべく，次のような形の授業を提案したい。

◎ 授業は講義形式で教員が板書および解説（予習は解答の初手をつくることを意識させる。予習よりも復習に重点を置くことを指示）。

◎ 授業で解説した問題とほとんど同じ類題を生徒に提供し，ドリル的に反復させる（入試問題の類題がなかなかないので，以下に例示するようなプリントを自作）。

◎ その次の回の授業の初めに前時の要点だけを問う確認テストを実施する（これも上と同様に自作プリントで対応）。

以上のようなスタイルをベースとする。これにより，すべての生徒がアウトプットできるようにした。さらに単元の終わりなどに，じっくりと取り組むべき問題を用意し，全員に考えさせ，議論させる形式をとる。この場合は従来のような生徒に板書させるスタイルをとる。これによって，進度と生徒の説明力養成の2つを演習の時間でできるようにする。

また，上のスタイルでは，板書計画が立てやすいため，解説におけるポイントも検討できる。問題へのとっかかりを教えるのは当然として，「解答の解説」だけに留まらず，どのように入試問題に手を付けるかの思考のプロセスを教えることに重点を置きたい。問題集の解答はほとんどが論理的な順番に記述されている。「なぜこの場合分けが必要なのか」と考えていると，「後の式変形で分母に0が現れるから」というようなことは日常茶飯事である。より高度なものになると，なぜ，その解法の流れになるのかが解答を最後まで読んでも生徒にとっては理解できないことがある。計算部分は丁寧に板書し，それをノートに写させることで解説時には極力省き，解答を最後まで提示した上で，順番を変えて説明する。つまり，論理の順よりも思考の順で説明する。「式変形をしていくと（後に出てくる式を指し示しながら）ここが0になると困る，だから（前に戻って）場合分けをしておくと………」のように，板書とは異なる思考の流れを言葉で再現し，問題を解く上で彼らが行う思考をなぞってあげることにより，より高いレベルの思考に導きたい（この点も生徒には要求できないところである）。

§3. 実際の授業の流れ

以下の実際の流れを見てもらえば分かるように，教員が板書する時間，生徒がノートを取る時間を明確に分けることにより，「解説を聞く」「ノートをとる」の時間を確保でき，以前のスタイルの時間の使い方の部分も改善できると言える。

【授業の実際の流れ】

前時の確認テスト配付，開始。
　　生徒が確認テストを実施している間，
　　今回の授業の前半の解説板書。
生徒，確認テスト終了。
確認テストを軽く解説。確認テスト回収。
今回の授業の半分（すでに板書した分）を解説。
解説後，生徒に板書を写す時間を与える。
　　生徒が板書を写している状況を見ながら，前半分の板書を消し，後半分を少しずつ板書。
生徒のノートの状況を見ながら，あらためて解説していく。
（静岡東高校は 65 分であるので，板書が 2 回できる。1 回の授業で 3 問から 4 問解説）
【授業後】　確認テスト裏面に詳解を印刷しながら，生徒の理解状況を確認。
　　その後，返却。

【参考　クリアー数学演習Ⅲ　p 39 について】

◆◆◆ Clear ◆◆◆

★★★ **93** 関数 $f(x)=e^{-\sqrt{3}x}\sin x$ が $x \geqq 0$ の範囲で極大値をとる x の値を小さいものから順に a_1, a_2, ……, a_n, …… とする。〔13 茨城大〕

(1) a_1 を求めよ。　(2) 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} f(a_n)$ の和を求めよ。

★★★★ **94** (1) 関数 $r=1-\sin\theta \left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$ を極方程式とする座標平面上（x，y 座標）の曲線を考える。偏角 θ をもつ点における接線の傾き $u(\theta)=\frac{dy}{dx}$ は，θ を用いて表すと $u(\theta)=$ ア$\boxed{}$ となり，$\lim_{\theta \to +0} u(\theta)=$ イ$\boxed{}$，$\lim_{\theta \to \frac{\pi}{2}-0} u(\theta)=$ ウ$\boxed{}$ である。

(2) (1) の曲線において，y 座標が最大となる点を求め，曲線の概形を図示せよ。〔06 慶応大〕

【類題プリント例】

18. 関数の値の変化　Clear類題

$\boxed{93}$ 実数 k に対し，関数 $f(x)=e^{-kx}\sin x$ を考える。関数 $f(x)$ は $x=\frac{\pi}{4}$ で極大になるとする。

(1) k の値を求めよ。
(2) $f(x)$ が極大になる正の x を，小さい方から順に x_1, x_2, x_3, ……, x_n, …… とするとき，数列 $\{x_n\}$ の一般項を求めよ。
(3) (2) で求めた x_n に対して，無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} f(x_n)$ の和を求めよ。［08宮城教育大］

$\boxed{94}$ (1) 関数 $r=1-\cos\theta$ $(0<\theta<\pi)$ を極方程式とする座標平面上（x，y 座標）の曲線を考える。偏角 θ をもつ点における接線の傾き $u(\theta)=\frac{dy}{dx}$ は，θ を用いて表すと

$u(\theta)=$ ア$\boxed{}$ となり，$\lim_{\theta \to +0} u(\theta)=$ イ$\boxed{}$，$\lim_{\theta \to \frac{\pi}{3}} u(\theta)=$ ウ$\boxed{}$，

$\lim_{\theta \to \frac{2\pi}{3}} u(\theta)=$ エ$\boxed{}$，$\lim_{\theta \to \pi} u(\theta)=$ オ$\boxed{}$ である。

(2) (1) の曲線において，y 座標が最大となる点を求め，曲線の概形を図示せよ。［06慶応義塾大改］

【確認テスト例】

18.　関数の値の変化　確認テストClear
HRNO（　　　　　）氏名(　　　　　　　　　　　　　)

$\boxed{1}$ (1) 関数 $f(x)=e^{-x}\cos x$ $(x>0)$ について，$f(x)$ が極小値をとる x の値を小さい方から順に x_1, x_2, …… とすると，数列 $\{f(x_n)\}$ は等比数列であることを示せ。

(2) $\sum_{n=1}^{\infty} f(x_n)$ を求めよ。

§4.　プリントの作成方針と作成手順

チャート等でみられる「例題と類題が 1 対 1 に対応している問題集」はよくあるが，対応しているとはいえ，類題はさらにポイントが追加されていることが多い。特に，具体的な入試問題を扱っている問題集の場合は，例題と練習問題の間にかなり難易度の差があるものが多い。この類題プリントは見てもらえば分かるとおり数字を変えたものを基本として，問題はギリギリまで同じものにした。できる限り授業でやったことを反芻してもらうことに集中したプリントを目指している。成績上位の生徒には少し物足りないかもしれない。

作成手順としては，まず Studyaid D.B. の「類問検索」で類似問題を探す。上で挙げたとおり，他にポイントを含んでいないほぼ同じ問題が見つかれば，そのまま類題とする（ご存じの通り難関大学の問題の数字を変えただけの問題はかなり存在する）。【類題プリント 93 番，確認テスト参照】

検索して見あたらないようであれば，元の問題の数字等を少しだけ変えてみて解き直してみる。それでも問題の性質が変わらないようであれば，それを類題とする。【類題プリント 94 番参照】少し手間はかかるが問題の本質が見えてくるので，教材研究にもなる。

確認テストも同様に作成し，さらに時間的に 7 ～ 8 分ぐらいで解ける分量にする。

ちなみに，93 番類題はベーシックスタイル数Ⅲ Complete71 より
　94 番類題は
　元の 94 番の sin を cos に変えたもの
　確認テストは青チャート数Ⅲ演習例題 186 よりテスト向けに間隔を変えたもの
（時間の都合上 94 番はテストでは確認しません）

§5. この授業での効果

この授業における生徒の反応は良い。やることが明確であるため，非常に熱心にノートをとり，説明を聞く。さらに，テキストの類題中心の定期テストではできが良い。すでに類題での小テストを何題もこなし，別の類題も与えているからであろう。もちろん入試数学における本当の力がついているかどうかは判定できていない。現に，テキストを総括したような実力テスト的な問題や記述模試等の結果を見ると，いつもとさほど変わらないようにも感じる。つまり，授業で扱った問題だけは理解しているのかもしれない。しかし，1つの授業の成果として考えるとその授業内容が理解できているというのは成功といえるのではないか。

§6. 最後に

アクティブラーニングという視点で見ると私のスタイルは世の中の動きに逆行しているかもしれない。現在よく見られるスタイルの方が『教え合い』のスタイルに近く，プレゼンテーション能力の育成にもつながる。しかし，現状として演習の授業を持て余している生徒も多くいる気がする。

本当は，授業前にプリント等により解説を与え，予習させておき，授業においてはそれに関する類題を与え，全員に考えさせる，または，教え合わせるような「反転授業」にしてみたい。しかし，受験での問題のノルマ（？）をこなせないのではないかという不安と，予習を含め「教え合わせる」ということが可能であるのかという不安から実行できていない。

ICT を活用したり，生徒の解答をまとめ，生徒が作成した解答冊子を配付したり，プレゼンテーションを徹底させたりと演習の授業をかなり工夫されている先生も多い。この提案を元に「こんなものはダメだ」といいながら,「演習の授業」について再検討のタネにしていただけると嬉しい。さらに，この提案についてのご意見をいただければより嬉しい。

最後に，まだまだ経験の浅い一教員の私の授業について耳を傾けていただいて，このような発表の場を与えてくださった数研出版編集部担当者に深く感謝致します。

《参考文献》

〔1〕 数研出版　クリアー数学演習Ⅲ　改訂版
〔2〕 数研出版　ベーシックスタイル数学演習Ⅲ
〔3〕 数研出版　チャート式基礎からの数学Ⅲ

（静岡県立静岡東高等学校）