協同的探究学習を用いた授業実践

名古屋大学教育学部附属中・高等学校
渡辺 武志（わたなべ たけし），都丸 希和（とまる きわ），松本 真一（まつもと しんいち），大羽 徹（おおば とおる），金子 純（かねこ じゅん）

§1. はじめに

課題探究，SSH の取り組みを参考にした数理探究など，生徒による能動的な学習を普段の授業で行うにはどのようにすればよいか，会合などで数学科教員が集まると，話題に上ることが多くなった。

本校数学科では「わかる学力」(「思考力・判断力・表現力」や「深い理解」)の育成を重点に，東京大学大学院教育学研究科の藤村宣之教授と「協同的探究学習」(藤村，2012)を用いて，授業研究や授業の活性化に努めている。この内容は，本校数学科における協同的探究学習についての実践例と考察である。今後のアクティブラーニングの参考となれば幸いである。

§2. 協同的探究学習とは

本校数学科における協同的探究学習は，次の方法で授業が行われることが多い。

(1)　**導入問題**
テーマの本質に迫る多様な解法をもつ問題を提示する。

(2)　**個別探究Ⅰ**
導入問題に対して各生徒がノートやワークシートに自分の考えを記述する。

(3)　**協同探究**
生徒が問題に対する解法を発表し，それらの解法を比較し関連づけて分析して，クラス全員で共有するなかで本質に迫ることができる。

(4)　**展開問題**
(3)の協同探究を生かして，本質に迫ることができる問題を提示する。

(5)　**個別探究Ⅱ**
展開問題に対して各生徒が取り組み，理解を深める。

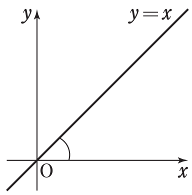
教員には(1)，(4)の問題設定が大切となる。良い問題探しは教員の授業力向上となる。生徒には(2)の記述が，(3)の本質に迫るためには重要である。(2)が行われないと，(3)で，他の生徒の解法を聞くだけとなり，能動的な学習とならない。(3)は，教員の予想を超えることもある。さらに，(4)，(5)で理解を深める。

§3. 協同的探究学習の実践例

単元：三角関数(数学Ⅱ)
～座標軸とそのなす角について～

(1)　**導入問題**　(2分)

「直線 $y=x$ と x 軸の正の部分がなす角を2等分する直線 ℓ の方程式を求めよ。」



(2)　**個別探究Ⅰ**　(7分)

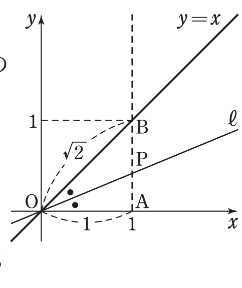
個人で方針を立てて解決する。解決した様子を確認してから，近くの生徒と適宜交流する時間を設ける。
※机を付けて交流をする必要はない。

(3)　**協同探究**　(22分)

この問題での生徒の解答例

方針1）　角の二等分線の利用

x 座標が1のとき，
直線 $y=x$ 上にある点Bの座標は　B(1，1)
よって，
　OA＝1，OB＝$\sqrt{2}$
となる。
ここで，直線 ℓ と線分 AB の交点をPとする。



直線 ℓ は，∠BOA を 2 等分する。

AB＝1，AP：PB＝OA：OB＝1：$\sqrt{2}$ より

$$\mathrm{AP}=\frac{1}{1+\sqrt{2}}\mathrm{AB}=\frac{1}{1+\sqrt{2}}$$

よって，二等分線 ℓ の傾きは

$$\frac{\mathrm{AP}}{\mathrm{OA}}=\frac{1}{1+\sqrt{2}}\div 1=\sqrt{2}-1$$

したがって，求める直線 ℓ の方程式は

$$y=(\sqrt{2}-1)x$$

方針 2） 加法定理の利用

x 座標が 1 のとき，

直線 $y=x$ 上にある点B

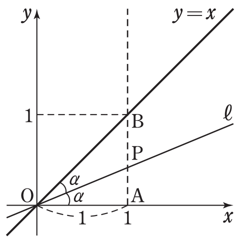
の座標は　B(1，1)

傾きが 1 だから

$\tan(\alpha+\alpha)$

$=\tan 2\alpha=1$

より



$$\tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=1$$

よって　　$\tan^2\alpha+2\tan\alpha-1=0$

$0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$ に注意して　$\tan\alpha=\sqrt{2}-1$

したがって，求める直線 ℓ の方程式は

$$y=(\sqrt{2}-1)x$$

方針 3） 角の二等分線と三角形の合同条件を利用

x 座標が 1 のとき，

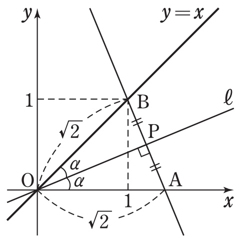
直線 $y=x$ 上にある点B

の座標は　B(1，1)

よって，OB＝$\sqrt{2}$

となる。

直線 $y=x$ と x 軸の正の部分がなす角Oの 2 等分を利用する。“ℓ” 上に点 P，x 軸上に点Aを，三角形 OPB と三角形 OPA が合同になるように定める。



OA＝OB＝$\sqrt{2}$ より A($\sqrt{2}$，0)

点Pは AB の中点となるから　$\mathrm{P}\left(\dfrac{1+\sqrt{2}}{2},\ \dfrac{1}{2}\right)$

したがって，求める直線 ℓ の方程式は

$$y=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1+\sqrt{2}}{2}}x=(\sqrt{2}-1)x$$

(4)　**展開問題**　　（2 分）

「直線 $y=\dfrac{1}{2}x$ と x 軸の正の部分がなす角を θ とする。原点Oを通り，x 軸の正の部分となす角が 2θ となる直線の方程式を求めよ。」

(5)　**個別探究Ⅱ**　　(17 分)

方針 1） 角の二等分線の性質を利用

原点Oを通り，x 軸の正の部分となす角が 2θ となる直線を，$y=ax$ ($a>0$) とする。

x 座標が 1 のとき　B(1，a)，$\mathrm{P}\left(1,\ \dfrac{1}{2}\right)$

ここで，OA＝1，OB＝$\sqrt{1+a^2}$ である。

直線 OP は，∠BOA を 2 等分するから

$$\mathrm{AP}:\mathrm{PB}=1:\sqrt{1+a^2}$$

$\mathrm{AP}=\dfrac{1}{2}$，$\mathrm{PB}=a-\dfrac{1}{2}$ より

$$\frac{1}{2}:\left(a-\frac{1}{2}\right)=1:\sqrt{1+a^2}$$

変形すると

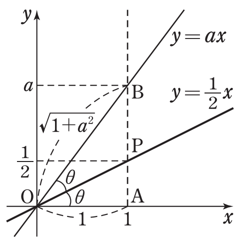
$$\frac{1}{2}(\sqrt{1+a^2})=a-\frac{1}{2}$$

両辺を 2 倍，さらに

2 乗して整理すると

$$3a^2-4a=0$$

$a>0$ より　$a=\dfrac{4}{3}$



よって，求める直線は　$y=\dfrac{4}{3}x$

方針 2） 加法定理を利用

直線 $y=\dfrac{1}{2}x$ の傾きは $\dfrac{1}{2}$ であるから

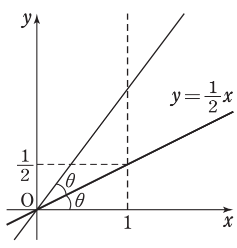
$$\tan\theta=\frac{1}{2}$$

よって，加法定理より

$$\tan 2\theta=\frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}=\frac{2\times\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{4}}=\frac{4}{3}$$

したがって，求める直線は

$$y=\frac{4}{3}x$$



§4. §3の実践例についての補足

本校は上学年の学習内容を先取りして学習するような受験教育をしていない。学力層が幅広く，数学の授業は最小単位数で行われている。先述の協同的探究学習は単元ごとに2，3回行っている。数学科では藤村宣之教授の授業観察があるときに実施することが多い。もちろん，普段の授業でも演習の時間等で導入できる。

⑴ 導入問題

問題づくりは教科書の問題を基本とする。数値を変えるなど，「できる学力」(スキル)のハードルは低くして概念の理解が容易になるよう工夫する。どの生徒も個別探究が必ずできるように，多様かつ平易なアプローチが可能な(たとえば，数えるだけでも解決ができるような)問題を作成する。

⑵ 個別探究Ⅰ

⑴のような問題であれば生徒たちは進んで取り組むことができる。個人で方針を立て，解決した様子を確認してから，近くの生徒と交流することもできるようにする。隣同士でもよいし，どのような方法でもよいが，前提として個人の方針と解決ができていることが大切である。

⑶ 協同探究

方針１）

角の二等分線を利用して，傾きを求めた解答。

方針２）

加法定理を利用して，傾きを求めた解答。

方針３）

合同な三角形を利用して，傾きを求めた解答。

協同探究では，各解法の発表後に，それぞれの方針の関連性を検討する。

たとえば，本問の場合，どの方針もx座標が１のときを考えている。

方針１）と方針３）は三角形の頂角の二等分線を利用している点で共通している。

また，方針２)では，２等分するために三角関数の加法定理 $\tan(\alpha+\alpha)=\tan 2\alpha=1$ を利用し求めている。方針２）で求めようとすると，方程式を解くことが煩雑になり，方針１）での解法が多いと予想される。

⑷ 展開問題

展開問題では，⑶で迫った本質について，個人(各生徒)が理解を深めることができるような問題を作成する。

⑸ 個別探究Ⅱ

方針１）では，x軸の正の部分となす角が2θとなる直線を $y=ax$ ($a>0$) とし，個別探究Ⅰの方針１）を参考に，角の二等分線を用いた解法で考えることができる。

方針２）では，直線 $y=\frac{1}{2}x$ は，傾きが $\frac{1}{2}$ より $\tan\theta=\frac{1}{2}$ となる。そこで，加法定理を用いて，$\tan 2\theta$の値を求めている。「個別探究Ⅰ」よりも「個別探究Ⅱ」の問題のほうが，加法定理の利用が容易であることも推測される。

§5. 協同的探究学習と内容量について

協同的探究学習では，協同探究の内容が豊富になる場合があり，展開問題に取り組む時間が５分程度になる可能性もある。展開問題に取り組む時間を十分に保障するために，⑴，⑵までを，20分程度で前時に済ませておき，⑶，⑷，⑸を50分で組織する方法も用いられている。

§6. おわりに

この授業は数学だけでなく，どの教科でも実施することが可能であり，本校ではさまざまな教科で実施している。本校では外部の方にも授業を開放しているので，アクティブラーニングのヒントとして，授業見学も可能である。

《参考文献》

「数学的・科学的リテラシーの心理学
～子どもの学力はどう高まるか～」
藤村宣之著　有斐閣　2012年

(名古屋大学教育学部附属中・高等学校)

記事をご執筆いただきました名古屋大学教育学部附属中・高等学校の渡辺武志先生に,「協同的探究学習」について,数研出版より質問させていただきました。

今回ご紹介いただいた内容は,「数学Ⅱ」の三角関数を題材とするものですが,「協同的探究学習」はどの学年,どの科目で実施していますか。

中学１年生から高校３年生まで,どの学年でも実施しています。工夫をすればどの科目でも実施できます。また,授業観察が設定されている学年のクラスについては,藤村宣之先生も参加されます。

科目によって,あるいは単元によって,生徒さんの取り組みに違いはあるでしょうか。

数学においても代数や幾何,確率など,生徒の取り組みに違いがある分野はあります。ただし,導入問題で,「数える」「補助線を入れやすい」などの問題を設定することで,どの分野でも「個別探究Ⅰ」に取り組み,「個別探究Ⅱ」で各生徒の取り組みに生かすことができます。

「個別探究Ⅰ」で利用するワークシートを作成する際に,どのような配慮をしていらっしゃいますか。

協同的探究学習でワークシートを作成するときは,導入問題や展開問題に対して,方針や解答を記述する欄を複数用意しています。また,協同探究で発言した生徒の方針や解答を記述する欄も,適宜用意します。

「協同的探究学習」に関して,授業の際に重視されるのはどのような点でしょうか。

普段の授業では,「個別探究Ⅰ」において自分自身で考えた解答を,「協同探究」でクラスに自分自身の言葉で説明ができること,複数の解答から関連性を理解することが大切だと考えています。「協同探究」により授業で探究したことが,「個別探究Ⅱ」で各生徒の思考や理解の深まりに生かされていることが一番重要です。

協同的探究学習の長期的効果などについては,参考文献をご覧ください。

「思考力・判断力・表現力等の育成」について,全国の先生方のご関心の高まりを感じます。「協同的探究学習」との関係はいかがでしょうか。

能動的な学習として,SSH校での生徒研究のように,生徒自ら課題を設定し探究する方法があります。本校でもSSHの活動の一環として数学クラブがあり,例として「すごい分数(1)」や「七面体の種類(2)」など,生徒自身の探究もあります。

他方,協同的探究学習のように,普段の授業からクラスの生徒全体で思考力・判断力・表現力を育成し,個人の理解を深める方法もあります。どちらもおもしろく,大切なことであると考えます。

教員の役割が「指導者からコーディネーターへ」変化しているようにも感じます。

(1) １桁の自然数 a, b, c, d に対して $\dfrac{b}{a}\times\dfrac{d}{c}=\dfrac{10b+d}{10a+c}$ を満たす分数の組についての研究。(95通り)

(2) 凸七面体が何種類あるかについて,数学的に証明した研究。(18種類)

「協同的探究学習」に関して,「数学の教材にこのような工夫があるとよい」というご要望はありますでしょうか。

教科書の例題,節末問題,演習問題等はよく練られた問題が多く,協同的探究学習の問題を構成する素材として本校の教員はよく参考にしています。生徒たちは式の変形など,プロセスの理解を大切にする傾向がありますが,なぜそのような解法に至ったのか,教員がその背景を探ることができるような平易な問題が豊富にあるとよいと考えます。今回のような実践例を蓄積し,指導書等で教員が広く共有できるとよいのではないでしょうか。

………………………………………………………………

多くのご教示をいただきまして,どうもありがとうございました。