

教科書の内容に関するQ&A

常日頃、先生方から高等学校の教科書につきましていろいろなご質問をいただいております。このコーナーでは、これまでに実際に寄せられたご質問、あるいは先生方の疑問として想定されるものの中から、代表的なものを選んで、編集部からの回答をQ&A形式で掲載させていただきます。今回は、

「2次関数」と「関数」の使い分け 定積分の導入部の記述 無限級数が発散するための十分条件 デジタル教科書

について、取り扱いました。

■「2次関数」と「関数」の使い分け

Q.1

$y=x^2-4x+1$ ($0\leq x\leq 3$) のような関数について、数研出版の教科書では「2次関数 $y=x^2-4x+1$ ($0\leq x\leq 3$)」とは表現せずに、「関数 $y=x^2-4x+1$ ($0\leq x\leq 3$)」と表現しています。「2次関数」ではなく「関数」と記述するのはなぜでしょうか。

Ans.1 数研出版の教科書では、2次関数の定義域に制限がある場合には「関数」と表現しています。定義域に制限のある場合も2次関数であると認めますと、例えば、次の問題を考えるときに不都合が生じます。

問題 $x=2$ で最大値8をとり、 $x=1$ で $y=5$ となる2次関数を求めよ。

定義域に制限がある場合も2次関数と認めるという立場では、この問題に対する正答が

$$\begin{aligned} y &= -3x^2 + 12x - 4, \\ y &= x^2 + 4 \quad (0 \leq x \leq 2), \\ y &= -x^2 + 6x \quad (-1 \leq x \leq 2), \\ y &= 2x^2 - 3x + 6 \quad (0 \leq x \leq 2), \\ &\dots \end{aligned}$$

のように、無数に存在してしまいます。ちなみにこの問題の正答としては最初の $y=-3x^2+12x-4$

だけを想定しています。つまりこの問題では、「2次関数」とは定義域に制限がないものだけを対象としています。そのような暗黙の了解が自然に受け取れるように、弊社の教科書は意識して「2次関数」と「関数」を使い分けております。

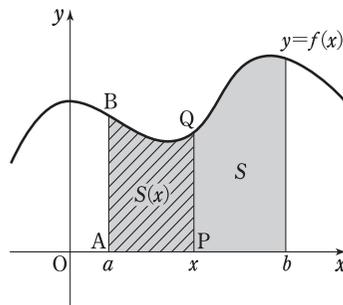
なお、このような使い分けは一般的という訳ではありません。あくまでも弊社における表現の工夫です。入試問題では「2次関数 $y=x^2-4x+1$ ($0\leq x\leq 3$)」という表現もあり得ます。

■定積分の導入部の記述

Q.2

数研出版の教科書『数学Ⅱ』（数Ⅱ309）は定積分の導入（p.212～）が他の教科書と異なっています。多くの教科書は、最初に定積分の形式的な計算を学び、面積に進みます。この教科書は最初に「面積と不定積分」という内容(*)を扱っています。なぜでしょうか。

(*) 下図のように、曲線 $y=f(x)$ と x 軸の間の図形 (x 座標は a から x) の面積として定義される関数 $S(x)$ は、関数 $f(x)$ の不定積分である。また、曲線 $y=f(x)$ 、 x 軸、2直線 $x=a$ 、 $x=b$ で囲まれた図形の面積 S は、 $f(x)$ の不定積分 $F(x)$ を用いて $F(b)-F(a)$ で表される。



Ans.2 本書 p.212～p.213 の「面積と不定積分」

の扱いにつきまして、定積分の計算の前に扱うか、面積のところで扱うかは、それぞれの教科書の著者の意向が顕著に現れている部分です。

本書では、定積分の本来の意味を知らないまま、ただ機械的に計算をさせるのではなく、定積分と面積の関係をきちんと押さえた上で、定積分の計算に習熟させる方が教育上よいとの著者の強い意向から、このような展開になりました。

また、定積分は、微分とは独立に定義され、それらが微分積分学の基本定理によって結びつくのが、本来の数学の流れです。本書は、その雰囲気や少しでも高校生に伝えたいという気持ちで書かれています。p.227のコラム「微分積分学の基本定理」もそういった気持ちが込められたものでございます。「定積分は計算から入った方が定着がよい」というご意見があることも承知しておりますが、このような編集意図がありますことをご理解いただければ幸いに存じます。

■無限級数が発散するための十分条件

Q.3

数学Ⅲで「無限級数の収束と発散」を扱いますが、数研出版の教科書では次のように記述されています。

無限級数の収束と発散

1 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ が収束する

$$\implies \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$$

2 数列 $\{a_n\}$ が 0 に収束しない

$$\implies \text{無限級数 } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ は発散する}$$

2の仮定は、 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$ と記述してもよいのではないのでしょうか。

Ans.3 2における「数列 $\{a_n\}$ が 0 に収束しない」は、もっと正確には「数列 $\{a_n\}$ が収束しないか、収束したとしてもその極限値は 0 でない」と書くべきところです。しかしながら、その通りに書きますと、文が長くなり却ってわかりづらくなります。そのため、弊社の教科書では「数列 $\{a_n\}$ が 0 に収束しない」と簡略に表現しました。

それをもっと簡略に「 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$ 」と書かないのかということですが、「 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$ 」と書きますと数列 $\{a_n\}$ の極限が存在することを仮定している、つまり振動する場合について言及しないようにも捉えられ

ます(注：振動する場合は $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ とは書かない)。

そのため、弊社の教科書では「 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$ 」という書き方を避けております。

■デジタル教科書

Q.4

数研出版では、タブレット型端末で使えるデジタル教科書は発行されているのでしょうか。

Ans.4 弊社では、ICTと教材の融合に早くから着目し、従来より Studyaid D.B. を発行して参りました。そして平成25年からは、タブレット型端末で使えるデジタル教科書を発行いたしました。これは iPad 上で動作するもので、高等学校用の数学の教科書全点について発行しております。この iPad 版では教科書紙面の表示・拡大表示ができ、ペンツール・メモツール・スタンプツールといったさまざまな書き込み機能、紙面を部分的に隠すことができるブラインド機能が装備されています。

教科書については、平成26年には Windows8 版も発行いたします。

また、教科書以外に、『体系数学1』『体系数学2』でもデジタル版を発行しています。平成26年には『チャート式基礎からの数学I+A』でもデジタル版を発行いたします。

紙とデジタルにはそれぞれ長短があり、それらを教育にどう生かしていくのかが、今後の1つの課題であると考えております。これは研究途上の段階であり、ぜひとも先生方のご意見やアドバイスを頂きたいと考えております。何卒ご協力賜りますようお願い申し上げます。

<http://www.chart.co.jp/software/tab/>

