通信

教科書の内容に関するQ＆A

常日頃，先生方から高等学校の教科書につきましていろいろなご質問をいただいております。このコーナーでは，これまでに実際に寄せられたご質問，あるいは先生方の疑問として想定されるものの中から，代表的なものを選んで，編集部からの回答をQ＆A形式で掲載させていただきました。今回は，

「$p \Longleftrightarrow q$」の意味，四分位数の定義

約数・倍数の定義，境界を含まない場合の領域の図示

について，取り扱いました。

■「$p \Longleftrightarrow q$」の意味

Q.1

「$p \Longleftrightarrow q$」の意味が数研の教科書だけ異なるのはなぜでしょうか。「$p \Longrightarrow q$ と $q \Longrightarrow p$ の両方が成り立つとき $p \Longleftrightarrow q$ と書く」と理解していましたが，数研の教科書では「$p \Longrightarrow q$ かつ $q \Longrightarrow p$ を $p \Longleftrightarrow q$ と書く」のように書いてあり，「成り立つ」の意味が含まれていないようですが。

Ans.1 ご指摘の通り，弊社の教科書では「$p \Longleftrightarrow q$」に「成り立つ」の意味は含めていません。「$p \Longleftrightarrow q$」も，「$p \Longrightarrow q$」と同様に，真偽が確定していない命題であるという立場で記述しております。

以前の教科書では $p \Longleftrightarrow q$ は「成り立つ」の意味を含み，同値の場合にのみ $p \Longleftrightarrow q$ と表すという立場をとっておりました。しかし，前課程の教科書を編集する際に，$p \Longleftrightarrow q$ のこのような使い方について編集会議で次のような議論がございました。

- $p \Longrightarrow q$ や $p \Longleftrightarrow q$ に成り立つという意味を含ませるのはおかしい。
- $p \Longrightarrow q$ には「成り立つ」の意味を含ませず，$p \Longleftrightarrow q$ にのみ「成り立つ」という意味を含ませるような記号の用い方はおかしい。

そのため，現在の教科書では $p \Longrightarrow q$ や $p \Longleftrightarrow q$ に「成り立つ」の意味は含ませないことにしております。

さらに編集会議では，「成り立つ」の意味を含ませないと，いちいち「次のことが成り立つ」のような文を入れなければならないことになるのではないかという意見も出されましたが，

- 数学では命題を定理の形，特に枠囲いの記述にするときなどは，その成立を主張しているわけであるから，改めて「成り立つ」と書かなくてもよい。
- 命題が真か偽かをその前後の文から判断できる場合は「成り立つ」は省略してよい。
- 記号「＝」も同様で，「成り立つ」の意味は含まれていない($1=2$ は偽であるという使い方もできる)ので，「等式 ○＝□ が成り立つ」と述べることが多い。ただし，単に等式だけ書くときは，それが成り立つことを主張している。

という結論に達し，その方針で編集しております。

■四分位数の定義

Q.2

教科書に「四分位数の定義は他にもいくつかある」とあるように，四分位数の定義は教科書に書いてあるものだけではありません。いくつもある四分位数の定義の中で，この定義を教科書に載せたのはなぜでしょうか。

Ans.2 データを値の大きさの順に並べたとき，4等分する位置の値を四分位数と呼びますが，データの個数を4で割った余りの違いで，「4等分する位置の値」が単純には決まりません。そのため，四分位数にはいろいろな定義があります。

教科書の編集が始まる前に，四分位数の定義については教科書会社から文部科学省に質問をしていました。それについて文部科学省が提示した定義は次のようなものでした。

「データを小さい方から大きい方まで並べてメジアンをとる。そのメジアンを落として，メジアンより小さいデータのまたメジアンをとってそれを第一四分位数とする。メジアンより大きいデータのまたメジアンをとってそれを第三四分位数とする。」

このため，各社の教科書は一様にこの回答に沿った定義となっています(もちろん教科書ごとに表現の違いはあります)。

文部科学省がこの定義を提示した理由に「これが一番簡単な定義である」ということがあったようです。なお，学習指導要領や学習指導要領解説には，四分位数の詳しい定義は載っていません。教科書の定義はExcelの定義とも違いますが，データの数が多いときには，その後の考察にはほとんど影響がありません。データの分析では，代表値などの値を求めた「その後の考察が大事」ですので，四分位数の求め方が複数あることについては授業では軽く触れる程度でよいのではないかと思います。

■約数・倍数の定義

Q.3

数学Aの「整数の性質」で約数・倍数を定義しますが，定義が教科書によって異なるようです。数研の教科書では次のように書かれています。

「2つの整数 a，b について，ある整数 k を用いて $a=bk$ と表されるとき，b は a の約数であるといい，a は b の倍数であるという。」

ところが他の教科書を見ると，b について「$b \neq 0$」という条件を付加している場合があります。どういうことでしょうか。

Ans.3 「整数の性質」における約数・倍数の定義について，高等学校の学習指導要領や学習指導要領解説には，はっきりした定義は書かれていません。したがいまして，定義の仕方はそれぞれの教科書の著者の判断になります(もちろんそれは教科書検定を通る記述である必要があります)。その結果，「$b \neq 0$」という条件を付加しない教科書と付加する教科書が出てくることとなりました。

あくまでも定義における立ち場の違いであり，どちらが正しいとか間違っているということはありません。

$b \neq 0$ という条件を付加するのは，約数について小学校では「ある整数を割り切る整数」というように説明されていることが1つの理由としてあると思います。0で割ることは考えないですから，$b \neq 0$ とするのです。

$b \neq 0$ という条件を付加しないと，次のようになります。

- 0の倍数も考える。(0の倍数は0のみである。)
- 0の約数はすべての整数ということになる。(0の約数に0も含まれる。)

0を特別視していないため，0の倍数や0の約数を説明する場合に余計な説明が不要です。しかしながら，「約数は割り切る数」という考え方を捨てきれていないと，「0は0を割り切る数」ということになり違和感があることでしょう。

逆に，$b \neq 0$ という条件を付加すると，0の倍数を考えないことや，0の約数に0だけを含めないことになり，それに対して数学的な理由があるのかが気になります。

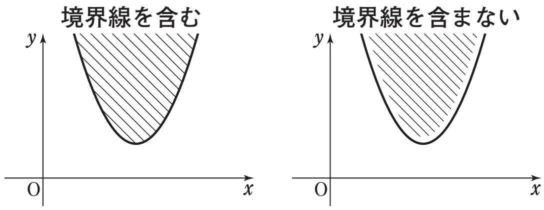
数学の専門書でも「$b \neq 0$」については記述が分かれているようです。代数学の環論では「イデアル」というものを考えますが，そのときは0を特別視する意味はありません。

以上，いろいろとご説明いたしましたが，$b \neq 0$ とするかしないかは非常に細かい部分の違いと考えてよいと思います。高等学校の数学で実際に問題を解いたり証明したりする際に，この定義の違いが問題になることはないと思われます。

■境界を含まない場合の領域の図示

Q.4

不等式の表す領域を，斜線を使って図示するときに，境界線を含まない場合は斜線を境界線から離してかかれています。これは何かで決められたことなのでしょうか。



Ans.4 数研の教科書では，境界線を含まない場合は，斜線を境界線から離してかいています。このようにかくと境界線が含まれないというイメージが図からも読み取りやすいと考えているからです。

しかし，この表現の仕方は「決まり」というものではなく，そのような表現をしない教科書もあります。以前は，境界線を含まない場合の境界線を「破線」で表現している教科書もありました。

注意したいのは，たとえ図で斜線を境界線から離してかいていても，文章で「境界線は含まない」という説明を添える必要があるということです。