

—数学教育とパズル— パズルで脳トレ日本の数学力をUPしよう！

論理的思考でサイコロについて考える

サイコロを2回振って宝くじの抽選ができるか？

かの まさと
菅野 正人

§1. はじめに

今回は、「サイコロを2回振って宝くじの抽選が出来るか？」について論理的に考えてみよう。

§2. サイコロを2回振って1から12までの乱数を作ることができるか？

サイコロを1回振ると1から6までの数がどの数字も同じ $\frac{1}{6}$ の確率で出る。これを乱数という。そこで、1つのサイコロを2回振って1から12までの数も $\frac{1}{12}$ の確率で出現する乱数を作り出すことはできるだろうか？と言うのが最初の問題である。

面白そうなので早速生徒に投げかけてみると、即座に「できます」という答えが返ってきた。「では、その方法を説明してください。」と言うと、しばらくして「あっ、だめだ1ができない。」どうやら2回目の和を考えていたようだ。次の生徒は「2回目をかけ算すればできる」と言う。しかも、12どころか36までできそう。しかし、実際に計算してみるとどうしても出ない目がある。6から12までの間にある素数7と11である。素数の定義通り1と自分自身でしか割り切れないので1から6までの2つの数のかけ算では作り出すことができない事がわかる。それで、サイコロを2回振って1から12までの乱数を作ることはできないという結論になったようだ。

そこで、「サイコロを2回振って1から12までの乱数を作ることができる」とサイコロ予想を立てて、この予想を証明するためにあれこれと考えれば、これは立派な数学の未解決問題であり、考えていく頭の使い方は数字パズルを考えるのと同じ論理的思考

である。数字パズルで鍛えていれば解ける可能性は高くなる。

では、論理的思考でアプローチしてみよう。と言ってもすぐに良い考えは浮かばない。すぐにできそうな気もするし、どの数も $\frac{1}{12}$ の確率になるという証明が難しそう。そうこうしているうちに、3回なら完全にできると思いついた。その方法は「1回目の目で1から6、2回目の目で出た1から6の目に7から12の数字を割り当て、3回目の目で出た数が奇数なら1回目、偶数なら2回目の数をとる。」とすれば1から12までどの数も $\frac{1}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$ の確率で乱数を作り出すことができる。しかし、サイコロを振った回数は3回である。

サイコロを2回振っただけでというところが問題である。2回で出た目の中に3回目の偶数奇数の要素があれば解決できそうだと考えていると、江戸の時代劇の博打場で「丁半コマ揃いました！」というサイコロ賭博の場面が浮かんだ。2個のサイコロを1度に転がしても、1つのサイコロを2回振っても丁、半の要件に変わりはない。 $\frac{1}{2}$ の確率で出現する目である。

「1回目の目で1から6、2回目の目で出た1から6の目に7から12の数字を割り当て、2回目の目の和が奇数なら1回目、偶数なら2回目の数をとる。」とすれば、サイコロを2回振っただけで1から12までどの数も $\frac{1}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$ の確率で乱数を作り出すことができる。

生徒に問題を出したが誰も解答を持ってこない。この問題についてはしばらく忘れていたが、今朝

方、急に思い出してその先についても考えてみた。

§3. サイコロを2回振って1から18までの乱数を作ることができるか？

今度は確率が $\frac{1}{18}$ である。1回目の目で、次の3ブロックから出た目にしたがって、1番目から6番目の対応する数字を選ぶ。

- ① 1, 2, 3, 4, 5, 6
- ② 7, 8, 9, 10, 11, 12
- ③ 13, 14, 15, 16, 17, 18

2回目の目が、

- 1または2なら①を選択
- 3または4なら②を選択
- 5または6なら③を選択

すれば1から18までどの数も $\frac{1}{6} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{18}$ の確率で出現する乱数になる。

サイコロを2回振って1から18までの乱数を作ることができるといえる。
もっと大きな数までできないだろうか。

§4. サイコロを2回振って1から36までの乱数を作ることができるか？

1から36まで、どの数も $\frac{1}{36}$ の確率で出現させなければならないが、これはもっと簡単にできる。

1から36までの数を予め6個ずつ6つのグループに分け、1回目の目でそのグループを選択し2回目目でその中の一つを選択する。

$$\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

6が2回で $6 \times 6 = 36$ 、できて当たり前のような気がしてきた。しかし、この辺りが限界か？と思いつつも、もっと大きな数まで乱数ができないものかと考えてみた。ここで、やっと表題のテーマに入る。

§5. サイコロを2回振って宝くじの抽選ができるか？

宝くじというと7桁、8桁？1から100万、1千万までの乱数をサイコロをたった2回振っただけで作ることができるのか？という問題である。

即答で、「できる訳がない」と言う声が聞こえて来そうである。パズルで鍛えた論理的思考力で考えて

みよう。使えそうな要素はもう出つくしたように思えた。丁半博打もイメージしたし、と思いながらサイコロを転がすシーンを考えた。畳の上、床の上、どんぶりの中、コップの中など思い浮かべていくと一つのアイデアが浮かんだ。どんぶりのようなイメージで円筒形で底の平らな容器を用意し底面の面積を $\frac{1}{2}$ に分ける。A, B 2つの面ができる。2回振ったサイコロがA, Bのどちらの面に入ったかで

	1回目	2回目
①	A	A
②	A	B
③	B	A
④	B	B

の4通りの組み合わせができる。

これを §4 の 36 通りと組み合わせれば $36 \times 4 = 144$ までの乱数を作り出すことができる。後は底面を何等分するかで、 n 等分すれば

$$36 \times n \times n = 36n^2$$

となり 1 から $36n^2$ の乱数を作り出すことが理論上は可能であることがわかる。

よって $n = 10000$ とすれば

36×10^8 となり 8 桁の宝くじの抽選も十分に可能であるといえる。

したがって、サイコロを2回振って宝くじの抽選ができる。

§6. 終わりに

今回は論理的思考の面白さについてサイコロをモチーフに考えてみた。考えて答えを見つけ出し、いくことの楽しさや、論理的思考力の重要性を少しはご理解頂けたらどうか。日本数学会の発表によると今や日本の大学生の論理思考力の低下は危機的状況だそうだ。私はこれまで日本の数学教育で見落とされてきた論理的思考能力に着目し、その能力を集中的に鍛えるためのメソッドとして数字パズルを提案してきたが、集中的に鍛えることによって日本の数学力は 20% 以上 UP すると考えている。

(東京都 豊昭学園 昭和鉄道高等学校)