

ーパズルで脳トレ日本の数学力をUPしよう！ー

ボードゲーム「ビーダ魔方陣」の提案&数字パズルMS44Xの作問法と数学脳トレメソッドとしての効果を検証する

かの 菅野 まさと
正人

§1. はじめに

小学生から大人まで楽しく遊べる『万が一理論』を元に独自に開発した数字パズルMS44Xを使った、新しい数学脳トレメソッドを提案し、脳トレボードゲームカラープレイス『ビーダ魔方陣』開発までの発想と展開について述べる。『万が一理論』を元に考案した数字パズルの詳しい作問法と、「考える力」を育み10歳の壁を超えるための新しい数学脳トレメソッドとして、その効果について詳しく検証してみたいと思う。

§2. 数学教育とパズル

数学教育とパズルというテーマであるが、先頃、新学習指導要領案で数Iに新分野として数独などのパズルやゲームが採用される可能性が示唆され、パズルも数学教育の中で認知されてきたと感じた。私も、数独などのパズルは論理的な思考力が要求され数学脳トレには絶好の素材だと考えて5年程前から研究をしていたので、MS44Xについて詳しく検証し、小学生4年生以上対象の新しい数学脳トレメソッドとして提案したいと考えている。

高校の数Iに採用が示唆された数独・ナンプレなどの9×9マスの形式では、問題の難易度にもよるが1問解くのに30分程度の時間がかかり、初めての人がこの面白さに気づいて楽しめるようになるまでには時間がかかる。ともすると挫折しそうな難問までありとても気軽に楽しく遊べるとはいえない。そこで、数独・ナンプレの入門的な数字パズルを作ろうと考えて、新しい数字パズルを考案し2007年

4月に「脳を鍛える数字パズルMS55+X, MS66X, MS77Xz」を新風舎から出版した。数字の魔方陣で縦・横・対角線上に同じ数字が並ばないという簡単なルールで『万が一理論』[資料]を元に開発した自動作問プログラムで作問してみるとこの形式の場合、3×3は成立しないが4×4以降は成立する。開発当初4×4のMS44X (MSは魔方陣の意)は簡単すぎると思い本には載せなかった。しかし、後になってこの形式MS44Xは小学生でもチャレンジでき入門には最適である事が分かってきた。また、今社会問題になっている認知症などの予防や治療のためのメソッドとしても使えるのではないかと考えている。以下に詳しく検証してみよう。

§3. 数字パズルMS44Xと数学脳トレの効果について

図1はMS44Xの例題である。説明のためにマスの上部縦の列にA～Dの列名と左側に横の行を表す1～4の数字を付けてある。マスの場所は縦横(列行)で表す事にする。

	A	B	C	D
1		2		1
2			4	
3				
4				

図1

	A	B	C	D
1		2		1
2			4	
3		3		
4	2			

図2

ルール

4×4のマスの中で、縦・横・対角線の各4マスに1から4の数字が重複しないように入ります。

例題のヒントの数は3個だが、これで残り13の空マスに入れる数字はすべて決まってしまう。これが『万が一理論』により作問したこのパズルの大きな特徴だ。空マスのどこか1カ所以上に必ず他の数が入れないオンリーワンが存在している。そこを見つけて出し答えの数を入れると、またどこかに必ずオンリーワンが現れる。このオンリーワンの連鎖ですべての空マスが埋まっていく。

図1の例題で見ると、まず(B3)に着目すれば、右上から左下に下がる対角線上(D1)に1、(C2)に4が入っていてB列(B1)に2があるため(B3)には1、2、4以外の数つまり3だけしか入れる可能性がない。したがって(B3)には3が入り、残りの(A4)には2が入る。次に、B列の(B2)に着目するとB列には(B2)(B4)の2つの空マスがあるが、2行の(C2)に4があるため(B2)に4が入れない。したがって(B4)には4が入り、(B2)に1が入る。または、B列の(B2)に着目すると2行の(C2)に4がありB列(B1)、(B3)に2、3があるので(B2)には2、3、4以外の数字1が入り(B4)には4が入ると言う説明もできる。この問題では(B2)、(B4)がオンリーワンになっていたがこの問題の場合は他にもある。いかに早くこれを発見できるかがこの問題を早く解くポイントになる。

	A	B	C	D
1		2		1
2		1	4	
3		3		
4	2	4		

図3

	A	B	C	D
1		2		1
2		1	4	
3	※	3		
4	2	4		

図4

B列が決定した事によって残りの全ての空マスがオンリーワンになっているが、A列の(A3)に着目すれば3つの空マスがあるが(B2)に1があるためにルールにより(A1)(A2)に1が入れないので(A3)に1が入る。等という論理展開は面白い。

ところで、二つの数が入る可能性があるマスに直感で適当にどちらかの数を入れた場合はどうなるだろう。二つ可能性がある場合、適当にいれて正解する確率は50% $\left(\frac{1}{2}\right)$ なのでn回これを繰り返すとパズルが完成する確率は $\left(\frac{1}{2^n}\right)$ となる。必ずオンリーワンを見つけてそれを説明(証明)してから答えを

入れていかないとこのパズルはなかなか完成しない。この、ある1つの空マスに着目してそこがオンリーワンである事、またはオンリーワンでない事を説明しようとする試みこそが、数学の証明問題を解くために頭の中で行われる論理的思考であり、難易度の違いはあるものの例題のMS44Xでさえ、運良く次々にオンリーワンのマスを発見できたとしてもこのような作業が13回は繰り返されてこの1問のパズルは完成する。わずか数分間にこの1問で最低文章問題13問分の論理的思考が出来る。短時間に気づきや発見を何度も繰り返して完成の喜びを味わえる。これも、この数字パズルの大きな特徴である。元々がパズルなので面白さに気づけば、遊び感覚ではまって夢中になれる魅力は十分に備えている。この「万が一理論」によって作られた数字パズルMSシリーズは小学4年生くらいから十分使える。数学の分野では、算数の百マス計算に匹敵する数学の脳トレメソッドになると考えている。算数から数学へもっと具体的に表現すれば、学習する内容が計算問題から文章問題や証明問題へと進んでいくときに必要な物事の考え方の道筋を考える力(論理的思考能力)が遊びを通して自然に身につけば、数学に対する興味や面白さもどんどん湧いてくると考えている。

§4. 数字パズルMS44Xの作問法と『万が一理論』のアルゴリズム

この数字パズルMS44Xを数学脳トレメソッドとして利用できるようにするためには、パズルの問題がふんだんに用意できるという事が重要である。ここでそれを可能にしたパズルの作問の理論について記す。

図5はMS44Xの問題枠である。4×4の枠で1から16の16マスある。

ルール 「縦・横・対角線に1から4の数字が重複しないように入ります。」

という簡単なルールを決めて、これからルールにしたがって作問する手順を紹介しよう。

	A	B	C	D
1	1	2	3	4
2	5	6	7	8
3	9	10	11	12
4	13	14	15	16

図5 マスの番号

	A	B	C	D
1	1			
2				
3				
4				

図6 操作1

	A	B	C	D
1	0	3	3	3
2	3	3	4	4
3	3	4	3	4
4	3	4	4	3

図7 自由度表1

図6のように操作1としてマス1(A1)に数字の

1を入れたとしよう。

16個の各マスには最初1から4の4つの数字が入れる可能性があるため、その可能性を自由度と呼ぶことにすると、(A1)に数字の1が入ったことにより各マスの自由度はルールにしたがって図7のように変化する。(A1)には数字の1を入れたので自由度は0、(A1)以外の1行、A列および左上から右下に下がる対角線上の各マスは自由度が1下がって自由度3になる。

A	B	C	D
1	1		
2			2
3			
4			

図8 操作2

A	B	C	D
1	0	3	2
2	2	2	0
3	3	3	2
4	2	4	3

図9 自由度表2

A	B	C	D
1	1		3
2			2
3			
4			

図10 操作3

次に図8のように、操作2として(C2)に数字の2を入れてみると、各マスの自由度は図9のように変化する。このように各マスの自由度の変化を確認しながら図10のように、操作3として(C1)に入る可能性がある数字の3、4のうち3を入れてみる。(注 C1の自由度は2で入る可能性のある数字は3か4のみである。)

A	B	C	D
1	0	2	0
2	2	2	0
3	3	3	1
4	2	4	2

図11 自由度表3

A	B	C	D
1	1		3
2			2
3			4
4			

図12

A	B	C	D
1	0	1	0
2	2	1	0
3	2	2	0
4	1	4	1

図13 自由度表4

すると、図11のように自由度が変化するが、ここで図11の(D1)と(C3)を見ると自由度1のマスが現れた。

自由度1とはそのマスに入れる可能性のある数字がたった1つのオンリーワンであることを意味している。したがってこのオンリーワンが現れた場合はその数字をそのマスに入れなければこの問題は成立しない。そこで、その数字4を代入したのが図12である。

これによって各マスの自由度は図13のように変化する。図13を見るとまた4カ所にオンリーワンが現れたので、その数を代入すると図14の様になる。さらに、図14で自由度を調べると図15のように、また6カ所ものオンリーワンが現れた。

それを代入したのが図16で、自由度を調べたの

が図17である。

図17を見ると残りは(D3)だが自由度1(数字3)なので、(D3)にその数字3を代入すれば、ルールにしたがったパズルは完成する。

A	B	C	D
1	1	2	3
2		3	2
3			4
4	3		1

図14

A	B	C	D
1	0	0	0
2	1	0	0
3	1	1	0
4	0	1	0

図15 自由度表5

A	B	C	D
1	1	2	3
2	4	3	2
3	2	1	4
4	3	4	1

図16

A	B	C	D
1	0	0	0
2	0	0	0
3	0	0	0
4	0	0	0

図17 自由度表6

A	B	C	D
1	1	2	3
2	4	3	2
3	2	1	4
4	3	4	1

図18 パズル完成

A	B	C	D
1	1		3
2			2
3			
4			

図19 完成した問題

つまり、最初に行った操作1から操作3以降は、オンリーワンが次々に出現し完成まで進んだ。だから、この場合は操作1から操作3までがパズルの問題となり、図19のような問題が完成する。この作問例の場合は偶然に図10の操作3以降オンリーワンが次々に出現しその数字を代入することによって全部の空マスが埋まっていったが、このオンリーワンを埋めていく過程で空きマスではあるが自由度が0になってしまうマスが現れた場合はパズルは成立しないので、作問は失敗となりそこで打ち切りとなる。しかし、この形式のパズルMS44Xの場合で考えてみると、上述のようにルールを決めそれにしたがって成立した問題が1問出来上がって実際に存在しているというのは事実である。この点に着目して上述のような手順をアルゴリズムとして、操作の1から3に当たる部分を乱数で繰り返すのが『万が一理論』による作問法である。

この『万が一理論』による作問のアルゴリズムは、MS44Xに限らず数独、ナンプレや、5×5、6×6、7×7などどのような形式のパズルでも、そのルールにしたがって1問でも成立しているものであれば、作問はいくらでも可能である。

以下に『万が一理論』を元にしたパズル作問プログラムのアルゴリズムを記す。

- 操作1として4×4の16マスの中から(乱数で)任意のマスを選びそのマスに、1から4の数字の中から(乱数で)任意の数を1つ決めて入れる。

2. ルールにしたがって各マスの自由度を調べる。
3. 自由度1のマスが在ればその数を入れ2に戻る。
4. 空きマスであるにもかかわらず自由度0のマスがあれば失敗終了で1からやり直す。
5. 操作2として空きマスの中から任意のマスに自由度で残っている数のうち、任意の数を入れる。
6. ルールにしたがって残っている空マスの自由度を調べる。
7. 自由度1のマスがあればその数を入れ6に戻る。
8. 空きマスであるにもかかわらず自由度0のマスがあれば失敗終了で1からやり直す。
9. 自由度2以上の空きマスがなくなるまで、5から8を繰り返す。
10. 全てのマスが埋まれば終了。

操作としてマスに入れた数のみを取り出せばパズルの問題が完成する。エクセル+VBAでプログラムすればファイル管理や自由度のチェックなどのほとんどの部分はワークシート上に予め設定でき、処理をワークシートに任せる事ができるのでVBAの部分は比較的簡単に作る事が出来る。

§5. 右脳も一緒に鍛えよう！数字パズルをカラープレイスで遊ぶ

この形式のパズルは最初にルールとして決めておけばパズルに使う要素は数字に限らず互いに区別できるだけの情報を持った要素であれば何でもパズルとして成立する。そこで、色に着目して展開したのがカラープレイスのシリーズである。これは紙と鉛筆で実施するのは難しいので、パソコンや携帯で遊べるアプリとして私のHPやアプリゲット様・ベクター様などのインターネットのサイトで公開している。

また、物づくり教育とコラボレーションさせて子供のための工作教室

<http://hw001.gate01.com/art32k-k/kodomo.html>の中で親子で、ペーパークラフト感覚でボードやカラーの駒を作りボードゲームとして遊ぶという工作教室でデータを公開している。

また、カラープレイスは色という要素を使う事で文字や数字ではあまり使われない右脳の働きも加わり発想力を鍛える効果があると評価されている。2007年5月には『右脳も左脳もバランスよく鍛えましょう！』数字パズルとカラープレイスを同じ問

題で遊びその時間から利き脳を判定すると言うコンセプトで、『コーンプレイスシリーズ』を公開した。(コーンはカラー or ナンバー「C or N」の意)

現在、筆者のホームページである『art32m-k ギャラリー』では全てオリジナルのパソコン・携帯用アプリ・JAVA アプレットなど50本以上のソフトを公開している。

art32m-k ギャラリー

<http://hw001.gate01.com/art32m-k/>

§6. カラープレイスからカラープレイス『ビード魔方陣』へ

もっとパズルで楽しむ事・遊ぶ事に重点をおいて考えてみると、将棋や囲碁などのように予め用意された道具ですぐに始められた方が面白い。そこで、カラープレイスは昔懐かしいビー玉を手にながら、もっと遊ぶ実感を体でも感じられるような脳トレボードゲームに仕立てようと考えて、ビード魔方陣(写真1)を考案した。

カラープレイス『ビード魔方陣』MS44Xの遊び方

詰め将棋のように問題集から問題をセットして、ストップウォッチで時間を計りながら標準的に設定された時間内に完成できるようにトライする。設定時間内にクリア出来るまで同じ問題に何度挑戦しても良い。一定の時間内に完成させるというプレッシャーを与えればゲーム性が増し脳トレ効果はさらにアップする。

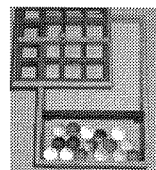


写真1
格子を上げてリセット

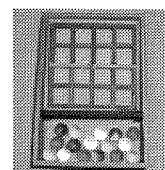


写真2
ボードの傾斜で手前に

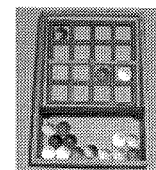


写真3
問題をセットする

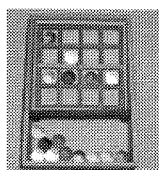


写真4
答えを探し埋めていく

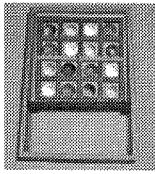


写真5
完成

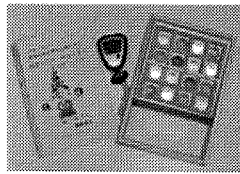


写真6
ビーダ魔方陣 MS44X セット

また、ボードゲームという形にすると、家庭や友達同士で対戦ゲームとして競い合うという事も可能になる。2人以上・数人でボードを囲んで最初に答えを発見した人が相手に説明をする。または、親が子に教えるなどして見つけた数や時間を競うと言うような遊び方も出来るようになる。元々がパズルなのでこの面白さにはまって遊んでみれば、「数学どころか算数だって子供に教える自信はありません?!」と仰る保護者の方々でも、一緒に競争しながら遊んであげるだけで自然に論理的な思考力『考える力』が身につくという算数・数学にも興味湧き面白くなってくると考えている。

§7. 終わりに

今回は小学生でも出来る脳トレメソッドとして数字パズル MS44X の効果と作問法を中心に検証した。次回機会があれば中高生から一般の方まで楽しみながら脳トレできるMS55+X, MS66X, MS77Xz 等についてもその効果、作問法などについて詳しく検証してみたいと考えている。

また、最先端のハイテク技術と『万が一理論』で作りに上げられた問題によって可能になった数学脳トレメソッドを昔懐かしいローテク玩具ビー玉を使って遊ぶ。『温故知新』の脳トレボードゲームカラープレイス『ビーダ魔方陣』シリーズはルービックキューブなどと並ぶような数学脳トレ教材(玩具)として、我が国の数学力UPに十分貢献できる教材になると考えている。今後はMS44Xを小学生のための数学脳トレ教材、または知育玩具のような形で提供して行きたいと考えている。是非、この論文にご理解を頂き、関係の各位のご協力を頂ければ幸甚である。

【資料】パズルの作問について 独創のプログラミング 「万が一理論」のプログラミング手法について
ここで、今回公開したこれらのパズルの作問の手法について少しだけ解説する。

近年パソコンが普及し性能の高い物が自由に使えるようになり、これまでは出来なかったような事がプログラム次第で色々可能になってきた。

「万が一理論」はパソコンの出始めの頃から、私が20年来温めているプログラミング理論である。

メインクロックが1GHz超の昨今のパソコンの世界では「万が一」(1万回に1回)の事が毎秒10万回も起こっている。人間にとっての「万が一」は不可能とか滅多にないというイメージであるが、パソコンの世界では「万が一」は一秒間に10万回も起こる。極めて日常的に当たり前にかかる事象という事になる。

つまり、人間が一生掛けても実現出来なかったような事が、「万が一」でも出来る可能性があればパソコンの世界ではできるということである。

私が最初にこのプログラミング手法を考えたのは今から20年程前の事である。高校で電気基礎という教科を教えているときに、生徒が最初につまずく「キルヒホッフの法則」という単元がある。生徒は法則自体はすぐに理解して3元1次連立方程式を作ることが出来るようになるのだがその計算が出来ない。基本的には中学の数学で解ける方程式だが、半数以上の生徒が計算途中の小数や分数の計算で間違えたりして、お手上げの状態になってしまう状況だった。本当は計算が出来ないだけなのに、結果的に「キルヒホッフの法則」は難しく理解出来なかったという印象を生徒がもってしまうのが非常に残念だったので、出来るだけ途中の計算が簡単な問題を作問しようと考えて、答えが簡単な整数になる問題を自動的にたくさん作れないかと考えたときに思いついたのがこのプログラミング手法である。

具体的な例を挙げて説明すると、例えば未知数X, Y, Zの3元1次連立方程式の問題を作問するとしよう。易しい問題にして途中の計算が簡単になるように答えが1, 2, 3などの単純な整数になるような問題を作りたい。

X, Y, Zの係数をあらかじめ適当に決めて

$$3X + 4Y + 5Z = a$$

$$4X - 2Y + 6Z = b$$

$$-2X+3Y+2Z=c$$

とする。

次に、答えを $X=1$, $Y=2$, $Z=3$ と決めて a , b , c を求めると

$$a=3\times 1+4\times 2+5\times 3=26$$

$$b=4\times 1-2\times 2+6\times 3=18$$

$$c=-2\times 1+3\times 2+2\times 3=10$$

となるので

$$3X+4Y+5Z=26$$

$$4X-2Y+6Z=18$$

$$-2X+3Y+2Z=10$$

このように、はじめに答えを特定の整数の数値に決めておいてから式を作ればとりあえず当初の目的を満足する問題が1問出来るので、「世の中に目的とする形の問題は存在している」といえる。

このような作問法は一般的なプログラミングの手法であるが、「万が一理論」のプログラミングでは「世の中に目的とする形の問題は存在している」と言う点に着目してプログラムのアルゴリズムを考える。

X , Y , Z にかかるすべての係数を乱数で全く無作為に設定し行列式で計算し答えをチェックする。そして、その答えが「3つとも整数になったときに完成」というアルゴリズムを組む。いつ出来るかはわからないが、前述の式のように「世の中に目的とする形の問題は存在している」ので何万回、何億回試行したとしてもいつかは必ず出来る。

このプログラムで100問程問題を作り実際に授業で使ってみたところ途中の計算が簡単なのでほとんどの生徒が自分の力で解けるようになった。自分の力で答えを出すことが出来たという正解のよこびはその後の学習にも非常に大きく良い影響を与え

る。現在でも使っている最初の実用的な「万が一理論」のプログラムである。そのプログラムは当時の東京都工業高等学校電気教育研究会で発表した。

このようなプログラムでも、パソコンの性能がどんどん向上しているので結果が出るまでの時間もどんどん私達の生活時間に近づいてきた。これまでのプログラミングは一行でも短く1秒でも早く情報を処理できるようなアルゴリズムが要求されていた。それに対し「万が一理論」ではあえて遠回りをしながら「万が一」の可能性を模索する。予め作為的に色々な要素を設定しないので出来上がった問題が非常に新鮮である。「万が一理論」によるプログラミングは一見邪道のようなプログラミング手法であるが、現在のようにパソコンの性能がどんどん向上していく中で十分実用的な新しいプログラミング理論として面白いのではないかと思う。

「万が一理論」では、ルールに合った問題を作るという以外の作為的な指示は一切与えていないので、どんな問題が出来上がるかは(またはルールによっては出来ないかも含めて)プログラム制作者にとってもまったくの未知数なのだ。

今回の5種類の新作パズルも「万が一理論」で作成した。これからも「万が一理論」のプログラミング手法から実用的な物を生み出す「ものづくり」の可能性を追究していきたい。

《参考文献》

- [1] art32m-k ギャラリー
- [2] <http://hw001.gate01.com/art32m-k/>
- [3] 脳を鍛える 数字パズル MS55+X, MS66X, MS77Xz 菅野正人 著 新風舎
(東京都 豊昭学園 昭和鉄道高等学校)