通信

教科書の内容に関するQ＆A

常日頃，先生方から教科書につきましていろいろなご質問をいただいております。このコーナーでは，お寄せいただきましたご質問の中から，主なものにつきまして，編集部からの回答をQ＆A形式で掲載させていただきました。今回は，

関数の決定における逆の確認の必要性
x^n の導関数の証明
平均値の定理の証明
無限等比数列の極限の応用問題における計算法
三角関数の微分における解答の表記

について，取り扱いました。

■関数の決定における逆の確認の必要性

Q.1

3 次関数 $f(x)$ の決定の問題で，極大値をとる x の値と極小値をとる x の値が与えられている場合の解法について質問します。

教科書の解答例では，与えられた x の値がそれぞれ $f'(x)=0$ を満たす関数 $f(x)$ を決定した上で，逆に，$f(x)$ の増減表を求め，与えられた条件を満たすかどうかを確認しています。しかし，関数が 3 次関数に限定されている場合は増減表による確認は不要ではないでしょうか。

Ans.1 ご指摘いただきましたとおり，3 次関数の場合，$f'(x)=0$ が異なる 2 つの実数解 α，β をもつならば，$f(x)$ は $x=\alpha$，$x=\beta$ で極値をとりますので，必ずしも増減表による確認の必要はありません。

しかし，教科書においては上記の性質を扱っておりませんので，やはり増減表による確認を行う方がよいと考えました。

また，一般的に $f'(\alpha)=0$，$f'(\beta)=0$ は必要条件ではありますが，十分条件であるとは限りません。したがって，関数が決定しても，その関数が本当に与えられた条件を満たすかどうかの確認をする習慣を身につけさせておくことが，教育的であると考えた次第です。

■x^n の導関数の証明

Q.2

x^n の導関数が $(x^n)'=nx^{n-1}$ であることを証明する際に数学的帰納法を用いていますが，二項定理を用いた方がよいのではないでしょうか。

Ans.2 二項定理を用いて証明する方法もあり，実際，旧課程の教科書ではシリーズによって二項定理を用いているものと数学的帰納法を用いているものがありました。

どちらを採用するべきであるかについては，編集会議においても時間をかけて議論いたしましたが，最終的には式変形が楽である数学的帰納法を用いた証明を採用いたしました。

なお，数研出版発行『数学Ⅲ』の指導書には二項定理による証明を載せております。

『新編数学Ⅲ』の教科書では，$p.77$ の補充問題 1 で二項定理による証明を取り上げております。

生徒さんの理解度に応じてご説明いただければ幸いです。

■平均値の定理の証明

Q.3

平均値の定理の証明が，旧課程の教科書には載っていましたが，現行課程の教科書には載っていません。編集方針を変えた理由を教えてください。

Ans.3 現行課程の学習指導要領において「平均値の定理に触れる場合には，直観的に理解させる程度にとどめるものとする」という記述があります。また，学習指導要領解説書においても「平均値の定理を説明する場合には，図や式をかいて直観的に理解させる程度にとどめる」という記述があります。これらの記述にしたがい，今回，教科書においては証明を載せないことにいたしました。

なお，数研出版発行『数学Ⅲ』の指導書には証明を載せております。生徒さんの理解度に応じてご説明いただければ幸いです。

■無限等比数列の極限の応用問題における計算法

Q. 4

数研出版発行『数学III』では，極限

$\lim_{n\to\infty}\frac{4^n-2^n}{3^n}$ を求める問題の解答が

$$\lim_{n\to\infty}\frac{4^n\left\{1-\left(\frac{2}{4}\right)^n\right\}}{3^n}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{4}{3}\right)^n\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right\}=\infty$$

と書かれています。しかし

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{4}{3}\right)^n=\infty,\ \lim_{n\to\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^n=0$$

であるから

$$\lim_{n\to\infty}\left\{\left(\frac{4}{3}\right)^n-\left(\frac{2}{3}\right)^n\right\}=\infty$$

として求める解法の方がよいのではないでしょうか。

Ans. 4 教科書の原稿段階では，実は，ご指摘いただいた解法を載せておりました。

しかし，この解法において利用している

$\lim_{n\to\infty}a_n=\infty$，$\lim_{n\to\infty}b_n=\beta$ (＝定数) のとき

$\lim_{n\to\infty}(a_n-b_n)=\infty$

については教科書で説明しておりません。

一方，

$\lim_{n\to\infty}a_n=\infty$，$\lim_{n\to\infty}b_n=\beta$ かつ $\beta>0$ のとき

$\lim_{n\to\infty}a_nb_n=\infty$

については教科書で触れております。

したがいまして，教科書で説明していることを用いた解法を載せる方がよいと判断し，原稿を書き換えました。

なお，指導書には双方の解答を載せておりますので，生徒さんの理解度に応じてご説明いただければ幸いです。

■三角関数の微分における解答の表記

Q. 5

関数 $y=\cos^2 x$ を微分する問題について，解答が

$$y'=2\cos x\cdot(\cos x)'=2\cos x\cdot(-\sin x)$$
$$=-2\sin x\cos x=-\sin 2x$$

と書かれていますが，ここまで変形する必要があるのでしょうか。

Ans. 5 三角関数の導関数は，変形の仕方によって様々な形で表されます。この問題におきましても，解答を $-2\sin x\cos x$ とすることもできますし，$-\sin 2x$ とすることもできます。

大学の先生にお聞きしましたところ，入学試験において $-2\sin x\cos x$ と解答しても減点することはないとのことでした。

教科書において $-\sin 2x$ まで変形しましたのは，この問題では $\cos^2 x=\frac{1+\cos 2x}{2}$ と変形してから微分しても解くことができるので，そうしてから微分しますと $-\sin 2x$ が得られるためです。