# パソコンを利用した数学Aの平面図形の指導

長野(ながの)　宏(ひろし)

## §1　はじめに

新課程で始まった普通教科・情報の時間の一部を活用してパソコン利用の数学解説を実施しています。特に，図形に関わる分野(数学Ⅰ：三角比・空間図形，数学A：平面図形，数学Ⅱ：式と証明，数学B：空間図形など)にはパソコン利用が効果的で，黒板説明では限界のある，動きを伴う問題を扱う際の補助説明手段として効果をあげています。

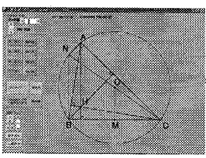
利用の狙いの中心は解法の手がかりを掴ませることで，例えば「四角形が円に内接することを示せ」とか「直線が円に接することを示せ」などという場合に，条件に沿って図形を動かし，具体的な状況を観察しながら接弦定理とか円周角の定理利用に気づかせようというものです。

以下に紹介するのは数学A分野の平面図形の解説用に作成したPC教材の一部です。

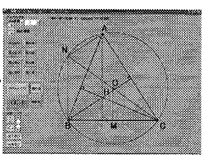
この教材は，15年度・16年度に1年生の副教材として数研出版「スタンダード数学Ⅰ＋A」を用いた際に掲載問題の解説用に作成し，授業で利用したものです。

## §2　△ABCの外心Oと垂心H，重心G

> △ABCの外心をO，垂心をHとする。OからBCに下ろした垂線をOMとするとAH＝2OMであることを証明せよ。
>
> (スタン数学A　例題27番)



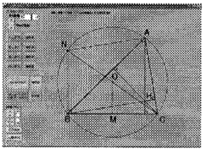
⇒



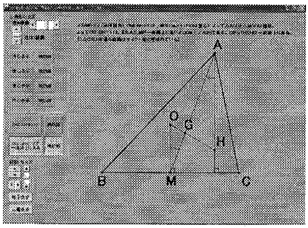
⇓

頂点Aを動かしていくと，AH＝NB(NはCOの延長と円の交点)および2OM＝NBであることが容易にとらえられます。

⇓



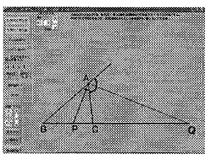
このあと，重心Gを加えてGH＝2OGを示します。△MGO∽△AGHとAH：OM＝2：1からすぐに証明されます。一直線(オイラー線)上にあることも示せます。




## §3　接弦定理の応用題

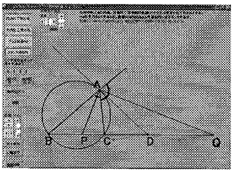
> △ABCの∠Aの内角，外角の二等分線が直線BCと交わる点をそれぞれP，Qとする。PQの中点をDとするとき，直線ADは3点A，B，Cを通る円に接することを示せ。
>
> (スタン数学A　241番)

①内角，外角の二等分線を追加したところまでを表示。



接弦定理の応用題で「直線 AD が3点 A，B，C を通る円に接する $\Longleftrightarrow$ $\angle DAC=\angle ABC$ を示せばよい」をヒントとして出しても，じゃあそれをどうやって示すのかが問題です。「PQ の中点をDとする」の点Dが中点としてどのような役割を果たしているのかをつかむのも難しいところです。補助図形を一つ一つ増やしながら段階を追って考えていきます。

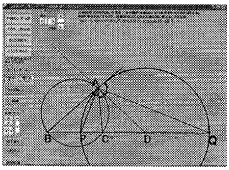
②直線 AD と △ABC を通る円を追加




③$\angle PAQ=90°$ から $AD=PD=QD$

(中心Dの円は A，P，Q を通る)

$\angle BAP=\angle CAP=\alpha$ とする。

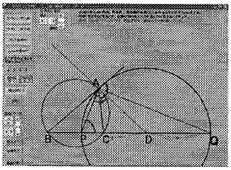



④$\angle DAP=\angle DPA$ から

$\angle DAC=\angle DAP-\angle CAP=\angle APC-\alpha$

また　$\angle ABC=\angle APC-\alpha$

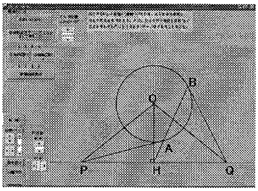
ゆえに $\angle ABC=\angle DAC$ がいえて，接弦定理の逆から直線 AD は3点 A，B，C を通る円に接する。

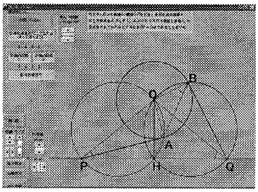



## §4　円に内接する四角形の角の性質を利用

> 円の中心Oから直線 $\ell$ に垂線 OH を引き，点Hを通る直線と円との交点を A，B とする。A，B における円の接線と直線 $\ell$ との交点をそれぞれ P，Q とするとき $OP=OQ$ であることを示せ。
>
> (スタン数学 A 240 番)

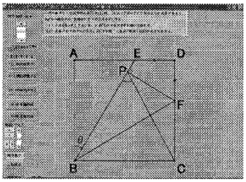
§3での問題と同様に補助線を順次増やしていって証明の糸口を考えさせます。適切な円が描けるかがポイントで，最後は $\angle OPQ=\angle OQP$ となることを示します。新課程の生徒には相当手ごわい問題です。

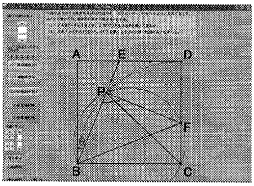



## §5　円周角の定理を利用

> 正方形 ABCD の辺 DA，DC 上に $DE=DF$ となるように点E，F をとり，点Fから線分 BE に垂線を引き，その交点をPとする。
>
> (1)　$\angle ABE=\theta$ とするとき，$\angle BPC$ の大きさを $\theta$ を用いて表せ。
>
> (2)　点E，F がそれぞれ辺 DA，DC 上を動くとき，点Pが描く軌跡の長さを求めよ。
>
> ((1) スタン数学 A 234 番　(2) 追加)



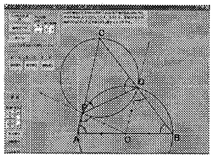


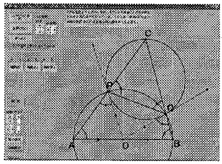

四角形 BCFP に外接する円がポイントです。この円を見つけることができたら，容易に円周角の定理利用に気がつきます。授業では生徒にとりあえず点Fを動かしてみて，$\angle BPC=90°-\theta$ ではないかと予想させ，そのあとで理由を考えさせていくのも有効と思われました。軌跡は数学IIかもしれませんが，これもはじめに円になることを示してからそうなる理由を問うのも効果的でした。

## §6　接弦定理の応用題

> ABを直径とする円Oの外部に点Cがあり，線分CA，CBが円とそれぞれ点P，Qで交わっている。このとき，直線OPおよび直線OQは3点C，P，Qを通る円に接することを示せ。
> （スタン数学A 242番）

この問題の場合は，点Cを動かして眺めていくと，手がかりが見えてきます。$OA=OP$ から
$\angle OAP=\angle OPA$，$OQ=OB$ から
$\angle OQB=\angle OBQ$ などです。それと円に内接する四角形の性質を用いて直線OPについては，
$\angle OPQ=180°-\angle A-\angle B=\angle PCQ$ を示すことができます。（OQの場合も同様）






## §7　おわりに

図形問題では動きが伴っていて様々な場合が存在するときでも，従来は一つの固定図形をもとに考察を進めるのが常でした。それはそれで，一つの図形をもとにして一般的な考察を進めていくという点で意味があると思います。ここで作成した教材は，動きを見ながら手がかりを探っていこうとする狙いを持っており，問題によっては有効な手段であると思います。また，はじめからお手上げという生徒にも結構使える教材です。ここで示した教材等は松江南高校のホームページの「リンク」からダウンロード出来ます。

URL　http://www.shimanet.ed.jp/minami/
e-mail　hirosi_nagano@shimanet.ed.jp
（島根県立 松江南高等学校）