通信

# 教科書の内容に関するQ&A

常日頃，先生方から教科書につきましていろいろなご質問をいただいております。前々号，前号に引き続きこのコーナーでは，お寄せ頂きましたご質問の中から，主なものにつきまして，編集部からの回答をQ&A形式で掲載させていただきました。
今回は，

**数0の次数**
**記号⊆，⊂**
**ハミルトン・ケーリーの定理の名称**
**空間におけるベクトル方程式**

について，取り扱いました。

## ■数0の次数について

**Q.1**

教科書によっては「数だけの次数は0である。ただし，数0の次数は考えない。」というような立場をとっているものがあります。しかし，0も数なのだから，数0の次数も0ではないでしょうか。

**Ans.1** 多項式の次数は，最も次数の高い項の次数をいいます。例えば，

$x^2+3x-5$ の次数は2，$4x+6$ の次数は1

ということになります。
一般に，文字係数を使って次のように表されます。

2次式　$ax^2+bx+c$　では　$a \neq 0$
1次式　$bx+c$　では　$b \neq 0$

このように考えると

0次式　$c$　では　$c \neq 0$

となります。つまり，2や3など0でない数は0次式ということになるわけです。
それでは，数0を0次式と考えた場合に不都合はないでしょうか。
次の例を考えてみます。

$(x^2+3x+2)\times(x^3+4x+5)=x^5+\cdots$
(2次式)×(3次式)　=(5次式)
2　+　3　=　5
$(x^2+3x+2)\times 6 \quad =6x^2+\cdots$
(2次式)×(0次式)　=(2次式)
2　+　0　=　2

しかし

$(x^2+3x+2)\times 0 \quad =0$
(2次式)×(0次式？)　=(0次式？)
2　+　0　$\neq$　0

一般に，「$m$次式と$n$次式の積は$(m+n)$次式である」が常に成り立ちます。しかし，数0を0次式と仮定するとこの関係が成り立たなくなります。
このように，数0の次数を0とするといろいろな不都合が生じてきます。したがって，教科書によっては「数0の次数は考えない」という立場をとることがあります。

## ■記号⊆，⊂について

**Q.2**

現在の教科書では，集合$A$が集合$B$に含まれることを

$$A \subset B$$

と表現することが多いですが，以前は

$$A \subseteqq B$$

という記述もあったように記憶しています。
記号 ⊆ を使わなくなった理由を教えてください。

**Ans.2** 以前は，部分集合と真部分集合を区別する意味で＝の付くもの(⊆)と付かないもの(⊂)を用いておりました。しかし，昭和63年度供給開始の教科書を編集している際に，

「大学では部分集合でも＝の付かないもの(⊂)を用いるのが普通である」

という意見が編集会議で取り扱われ問題となりました。そこで，高校の先生にアンケートを行うなどして，慎重に判断した結果，現在のような＝の付かない表記(⊂)に統一することにしました。当時でも，集合の扱いはだいぶ軽くなっており，真部分集合を扱う場面もほとんどなくなっていたという事情もありました。
現在，ほとんどの出版社の教科書で，＝の付かない表記(⊂)が用いられています。また，岩波数学辞典第3版(日本数学会編集，岩波書店)にも＝の付かない表記(⊂)が用いられています。

## ■ハミルトン・ケーリーの定理の名称について

**Q. 3**

「ハミルトン・ケーリーの定理」のことを，「ケーリー・ハミルトンの定理」と書く教科書も多い。数研では前者の表現にしていますが，何か理由があるのでしょうか。

**Ans. 3**　2人の名前が冠された定理は，アルファベット順に名前を並べる場合と出生年の順に名前を並べる場合とがあります。最近では，出生年の順に名前を並べることが一般的になってきているようです。弊社の教科書でもその慣習にならうことにしました。ハミルトンは1805年生まれ，ケーリーは1821年生まれで，ハミルトンの方が先に生まれています。ちなみに岩波数学辞典第3版（日本数学会編集，岩波書店）にも，「Hamilton-Cayley の定理」とあります。

なお，高校の教科書で登場するハミルトン・ケーリーの定理は2次の正方行列に関するものですが，この定理は $n$ 次の正方行列まで拡張される定理です。参考までに，$n$ 次の正方行列についてのハミルトン・ケーリーの定理をご紹介します。

ハミルトン・ケーリーの定理

$n$ 次の正方行列 $A$ について，$F(x)=|xE-A|$ とすると（ただし $E$ は単位行列）

$$F(A)=O$$

これをハミルトン・ケーリーの定理という。

※$F(x)=|xE-A|$ は $n$ 次の多項式で，これを行列 $A$ の固有多項式という。

## ■空間におけるベクトル方程式について

**Q. 4**

空間のベクトルの問題で，
一直線上にない3点 $\mathrm{A}(\vec{a})$，$\mathrm{B}(\vec{b})$，$\mathrm{C}(\vec{c})$ と点 $\mathrm{P}(\vec{p})$ について

$\mathrm{P}(\vec{p})$ が平面 ABC 上にある

$\iff \vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}+u\vec{c},\ s+t+u=1$

を使って解くべきところを，あえてこれを使わずに解いていることがある。これには何か理由があるのでしょうか。

**Ans. 4**　現在の課程の学習指導要領には「空間におけるベクトルを用いた方程式は扱わないものとする」という記述があります（数学B）。今回の教科書検定では，上記の事柄やそれを使った解答は，検定意見によって修正させられた経緯がございます。そういう事情から，何となく回りくどい解き方となっている箇所があります。しかしながら，「空間におけるベクトルを用いた方程式」がどこまでの内容を指すのか，何か判然としない部分もあります。上記の事柄はやっておいた方がよいと弊社では考えたのですが，残念ながら扱えませんでした。ご指導の際には，上記の事柄も是非紹介していただきたいと思います。

なお，指導書には上記の事柄について解説しておりますので，参考にしていただければ幸いでございます。