通信

教科書の内容に関するQ&A

常日頃，先生方から教科書につきましていろいろなご質問をいただいております。このコーナーでは，お寄せいただきましたご質問の中から主なものにつきまして，編集部からの回答をQ&A形式で掲載させていただきました。

今回は，**用語，式の変形，解答の厳密さ** について，取り扱いました。

■用語について

Q.1

これまで，式の展開では「乗法公式」という用語が用いられていましたが，今回「展開の公式」に変更されているのはなぜでしょうか。

Ans.1 因数分解の公式を示す際に，よく「因数分解は展開の逆である」と説明します。しかし，展開の方は「展開の公式」ではなく「乗法公式」と呼ぶのがこれまでの慣習でした。

生徒には「因数分解の公式」と対比して「展開の公式」と覚えさせる方がわかりやすく教育的ではないかと考えて変更致しました。

Q.2

「平方完成」の用語が2次関数の2次式を変形する際に扱われていますが，この用語は本来2次方程式のところで扱われるべきもので，定義が昔と違っています。これはどういうことなのでしょうか。

Ans.2 新課程では，2次方程式の解の公式が中学では扱われず，高校で初めて学ぶ内容となりましたので，「平方完成」の用語もそれに関連して取り上げるべきであるというご指摘もあります。しかしながら，平方完成の本来の定義（等式の左辺の2次式を平方の形 $(kx+m)^2$ に変形する）を取り上げても，ほとんど説明に利用する機会がありません。それよりも，2次関数における2次式の変形 $a(x-p)^2+q$ を「平方完成」と呼んだ方が，実際に使用する場面が多く，役に立つように思われます。そのような事情から，最近の教科書では，「平方完成」の用語を昔とは違った定義にしております。

■式の変形について

Q.3

2次関数の決定問題では，得られた式をそのまま答としてよいはずであり，改めて2次関数の一般形 $y=ax^2+bx+c$ の形にする必要はないのではないでしょうか。

Ans.3 2次関数の決定問題における最終的な答は，$y=a(x-p)^2+q$ の形のままでも正解と考えております。したがいまして，変形しなくてよいという指導をされているケースも少なくないようです。一番の理由は，変形による計算ミスがあった場合は減点されるからでしょう。一般形にするのは，慣習によるものですが，生徒の負担を減らすという観点からしますと，このご指摘はごもっともであり，今後の検討課題にしていきたいと考えております。

Q.4

分母に根号を含む数はふつう分母を有理化すべきと思いますが，三角比などでは必ずしもそうなっておりません。これはなぜでしょうか。

Ans.4 分母の有理化について，例えば $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$，$\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ などは，有理化しなくても，入試で減点されるとは考えられません。このような表記は，三角比などでは見た目が簡潔であり，2辺の比が分かりやすいという効果もあります。

分母に無理数がある場合は，有理化するものだという指導が徹底された時期もあったようですが，有理化をする際に間違えることもあります。したがって，例えば $\dfrac{7}{\sqrt{3}}$ を $\dfrac{7\sqrt{3}}{3}$ に書き換えることは，そのおよその値を知りたい場合には有効である，という程度の指導で十分ではないでしょうか。そうは申しましても，例えば $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ は分母を有理化して $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ にしておくことはよくあります。

したがいまして，どんなときにでも有理化しておくという方針を否定するものでもありません。ご指導の方針を定めておかれればよいと考えます。

■解答の厳密さについて

Q. 5

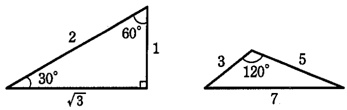
数研出版発行「新編数学Ⅰ」の三角比の問題で，次のような解答があります。

$a:b:c=7:5:3$ となる。$a=7$，$b=5$，$c=3$ としても A は同じであるから　$\cos A=\cdots\cdots$

この種の解答では，比の値を k として 3 辺の長さを $7k$，$5k$，$3k$ としてから余弦定理を用いて角の大きさを求めるのが一般的です。なぜこのような解答にしているのでしょうか。

Ans. 5　新課程において，連比は数学Ⅱの等式の証明に関連して取り上げる内容と考えております。旧々課程では，数学Ⅰで事前に等式の証明を取り上げていましたので，ご指摘のような解答が一般的でした。ところが，現在は比の値も中学ではきちんと学習されておらず，私たちが思うほど，連比の処理は生徒に簡単ではないと考えられます。また，k を用いて計算しても，結果は変わりません。文字式の計算が複雑になるだけですので，生徒の負担は結構あるのではないでしょうか。

もともと三角比を考える際は，三角形の大きさについては，多くの場面で考慮しておりません。代表的な角と辺の関係として次のような図があります。この図では，辺のところに書いた値が長さを表すか，比を表すかはあまり意識しません。



また，このような図の辺の長さを，k を用いて表してもあまり意味がありません。したがいまして，ご指摘の問題だけ，辺の長さを k で表すと，かえって整合性に欠けてしまうのではないかと考えました。このような観点から，この教科書では，3 辺の長さの比の数値を長さとしてそのまま計算に利用しております。これは，特殊化して考察するという数学的な発想でもあります。

そうは申しましても，この種の問題は k を用いて解くことが慣習になっているのも事実です。その解法の方が，汎用性があると考えられているからだと思われます。教科書の解答は新しい試みでありますが，減点されるような解答ではないと考えておりますので，生徒さんの状況に応じた指導をしていただければ幸いと思っております。

Q. 6

不等式の証明で，等号の成立条件に触れない解答は厳密ではなく，入試でも減点されるのではないでしょうか。

Ans. 6　以前は，等号成立条件を必ず書くようにという指導が徹底された時期もあったようですが，「等号成立条件について，問題文で要求していない場合には，そのことに触れていなくても減点はしない」というのが，現在の大学著者の見解のようです。解答者が問題の内容を理解していることが分かれば，基本的には正解とする方向で採点されるようですし，設問にないことについて減点することはないと思われます。