

# 整数の掛け算と展開

わらがいのぼる  
藁谷 登

## 1. はじめに

生徒が、2桁の掛け算をするときに、繰り上がり等での誤りが時々見られ、簡単に誤りの少ない方法はないものかと考えていた。

中学校の教科書に

$$\begin{aligned} 19 \times 21 &= (20-1) \times (20+1) \\ &= 20^2 - 1^2 \\ &= 399 \end{aligned}$$

とあるのにヒントを得て

$$\begin{aligned} 19 \times 21 &= 19 \times (19+2) \\ &= 19^2 + 19 \times 2 \end{aligned}$$

があってもいいのではないかと考えた。

## 2. $(a+b)^2$ の応用

2桁の数は  $10x+y$  であるから

$$\begin{aligned} (10x+y)^2 &= 100x^2 + 20xy + y^2 \\ &= x^2 \times 100 + 2xy \times 10 + y^2 \end{aligned}$$

より、十の位の数  $x$  の2乗は百の位、一の位の数の2乗は一の位、 $2xy$  は十の位になることがわかるので

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 19 \\ \hline 171 \\ 171 \\ \hline 361 \end{array} \quad \begin{array}{l} 1 \times 1 = \underline{1} \\ 9 \times 9 = \underline{81} \text{ (下2桁)} \\ 2 \times 1 \times 9 = \underline{18} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 79 \\ \times 79 \\ \hline 703 \\ 703 \\ \hline 6241 \end{array} \quad \begin{array}{l} 7 \times 7 = \underline{49} \\ 9 \times 9 = \underline{81} \text{ (下2桁)} \\ 2 \times 7 \times 9 = \underline{126} \end{array}$$

一般的な小学校での教え方に沿うと、繰り上がりと足し算の回数が最大で7回あるが、この方法で計算すると、十の位の数と一の位の数の2乗はそのまま書くので、2回だけとなる。

## 3. $(ax+b)(cx+d)$ の応用

$$\begin{aligned} (ax+b)(cx+d) \\ &= acx^2 + (ad+bc)x + bd \end{aligned}$$

で、 $x=10$  の場合であるから、 $ac$  は百の位、 $ad+bc$  は十の位、 $bd$  は一の位にすればよい。

$$\begin{array}{r} 37 \\ \times 59 \\ \hline 333 \\ 185 \\ \hline 2183 \end{array} \quad \begin{array}{l} 3 \times 5 = \underline{15} \\ 7 \times 9 = \underline{63} \text{ (下2桁)} \\ 3 \times 9 + 7 \times 5 = 27 + 35 \\ \hline = \underline{62} \end{array}$$

## 4. 2乗について、補数を応用

一の位の数の2乗は、一の位の数の補数の2乗の一の位の数でもあることから気付いた。

$$\begin{aligned} (10a+b)^2 &= \{10(a+b-(10-b)) + (10-b)\}^2 \\ &= \{10a+b-10+b\} \times (a+1) \times 10 + (10-b)^2 \quad (\ast) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 18^2 &= (16+2)^2 \quad 8 \text{ の補数は } 2 \\ &= 16 \times 20 + 2^2 \\ &= 324 \end{aligned}$$

※を確認する。

$$\begin{aligned} \ast &= \{10(a-1)+2b\} \times (a+1) \times 10 + (10-b)^2 \\ &= 100(a^2-1) + 20(ab+b) + 100 - 20b + b^2 \\ &= 100a^2 + 20ab + b^2 \\ &= (10a+b)^2 \end{aligned}$$

となり、成り立つことがわかる。

この計算は、縦でなく横に書ける利点がある。

$$\begin{aligned} 39^2 &= (38+1)^2 \\ &= 38 \times 40 + 1^2 \\ &= 1521 \end{aligned}$$

## 5. 表を利用する

i)  $(a+b)^2=(a+b)\times(a+b)$

	a	b
a	$a^2$	ab
b	ab	$b^2$

ii)  $(a+b+c)^2=(a+b+c)\times(a+b+c)$

	a	b	c
a	$a^2$	ab	ca
b	ab	$b^2$	bc
c	ca	bc	$c^2$

iii)  $(ax^2+bx+c)(lx+m)$

	a	b	c
l	al	bl	cl
m	am	bm	cm

$$alx^3+(am+bl)x^2+(bm+cl)x+cm$$

i), ii), iii) はいずれも数の場合にも応用できる。

先の 2 は i) を数に应用したときであり、3 は iii) を应用したものである。(iii) で  $a=0, x=10$  のとき)

なお、iii) はセンター試験において、整式の積の場合に有効である。

## 6. おわりに

以上の計算は、場合の数や確率で普段から使っているが、生徒も初めのうちは驚いて見ている。

この他にも、いろいろな方法が考えられると思うが、少しでも参考になればと思う。

(福島県立磐城高等学校)