

“クリエイティブ高校数学講座”の発刊に寄せて

No.2

あきやま じん
秋山 仁

数研通信の前号(第29号)で、数研出版から刊行されることになった“クリエイティブ高校数学講座”シリーズ全6巻のうち、既に発刊された3巻の主旨と内容を具体的に紹介しました。今回は、これから発刊される3巻について、紹介致します。

その前に、このシリーズを刊行する目的、動機について、前号と少しダブりますが簡単に触れさせていきたいと思います。

I. “クリエイティブ高校数学講座”誕生の理由

「現在国内では理数系離れが進み、科学技術の力に頼って、繁栄を遂げてきた我が国の21世紀に大きな陰を落としている」ということが産業界、教育界、学会と様々なところで深刻な問題として議論されています。また、このことは、“高校生の思考力や論理力等の数理分析能力の質的低下”や“数学を嫌いな生徒が急増し、数Ⅲ、数C、物理などを全く履修しない生徒が大半を占めるようになった”という現状を目の当たりにしている教育関係者が一番実感されているはずです。このような状況の下で、数学教育者はいま、二者択一を迫られています。それは、従来の教育方針を死守し、一部の優秀な生徒の育成により一層努力するか、あるいは、数学教育の目指す目標を多様化し、より多くの生徒層をターゲットとする策を講じるかのいずれかです。もちろん、どちらか一方だけに目標を絞り込むべきではないことは当然です。21世紀に向けて“多角的な”側面を有する数学教育のカリキュラムを早急に作成し、閉塞的状况にある数学教育に風穴を開けることが現在の数学教育関係者に求められているのです。

将来、数学の授業風景がいまのような全国一律の形式から脱却することを筆者は期待しています。教室があるときは生徒達が数学的工作物を製作する工

房に早変わりしたり、また、あるときは生徒どうしが数学的なゲームで対戦し、ゲームを通して思考する楽しさを培わせる道場にもなる。クラスの生徒達は自分に適した数学コースを選び、個々に応じて能力を伸ばすのです。そんな教室の風景を実現するため、筆者は、東海大学教育研究所の研究スタッフの協力のもとに、以下に示すカリキュラムを開発しました。

1. 数学史の観点から、数学の発展の流れを重視した教材の開発
2. 生徒がミスしやすい多発誤答例の収集とその克服法の研究
3. モノづくりを通して数学的概念を自分の頭で納得させる教材の開発
4. 数学ゲームやパズルを通して数学的思考力や発想力を育ませるための教材開発
5. 古今東西の名作問題を集め、それらに秘められたアイデアを学ばせる教材

これら5つのテーマに関し、高校生、受験生を読者対象とする参考書シリーズが今回、数研出版から刊行することになりました。そのシリーズ名が“クリエイティブ高校数学講座”です。

各巻の書名は以下の通りです。

“クリエイティブ高校数学講座”

- 第1巻 大数学者に学ぶ入試数学 I A
-高校数学の解法のルーツを探る-
- 第2巻 大数学者に学ぶ入試数学 II B
-高校数学の解法のルーツを探る-
- 第3巻 高校生がミスしやすい多発誤答パターン
(数I、数II、数A、数B)
- 第4巻 名作から学ぶ奇想天外発想法(仮称)
- 第5巻 ゲームで学ぶ数学的思考法(仮称)
- 第6巻 物づくりでわかる納得数学(仮称)

第1巻～第3巻の各巻の主旨，具体的な内容については前号(第29号)で紹介致しましたので，次節では，98年に出版予定の第4巻～第6巻について紹介させていただきます。御関心のある方は，前号も併せて御一読いただければ幸いです。

II. 新刊シリーズ

第4巻 名作から学ぶ奇想天外発想法

主旨

日本の中・高校生の数学や理科の平均学力は世界のトップクラスであることが，国際学力比較のデータにより裏付けられています。これは初等中等教育の充実と高校，大学入試の厳しさゆえに日本が獲得してきた成果です。しかし，現行の教育の中に好ましくない兆候も現れてきています。その1つは，暗記のみに頼って問題を解くことが生徒達に蔓延しつつあることです。いわゆる“数学の暗記科目化”です。その結果，大した知識は持たなくとも創意工夫や独創的な発想を發揮して，問題を解決する能力が弱体化してしまいました。

野球の試合を見ているとこんな光景を目にすることがあります。“打者が球を打った瞬間に，はるか遠くの外野手が，後ろに向かって走っていく。そして，その直後にチャントそこに球が飛んでくる。もちろんアウトである。”この場合，外野手はバットの音色を聞くだけで，球の落下地点を予測しているのです。これは身体が覚えているもので，理屈ではありません。この能力は，トレーニングの賜物として，外野手に身についた能力です。数学においても，鋭い直感力や創造力がトレーニングから培われます。運動選手がトレーニングを重ねて技を磨くのと同様，数学でもパターン化された問題の解法を覚えるのとは異なった「発想力」のトレーニングを積むことによって，その能力は磨かれます。本書では，高等な知識がなくとも発想力や洞察力を發揮すれば鮮やかに解けてしまう珠玉の問題を取り上げました。

[本書で取り上げた問題例]

1. 紙からはみ出ている交点を通る直線を作図する方法
2. 折れ線経路を最短にする問題
3. 計算せずに図形の面積の値を評価する問題

4. 星型図形の不思議な性質に関する問題
5. 正三角形の合同分割問題
6. 3個の円の不思議な性質に関する問題
7. 三角形の面積をヘロンの定理を使わずに痛快に計算できる問題
8. 追いかけっこで現れるらせんに関する問題
9. 池でどのような方向にボートを漕げば，陸の敵から逃げられるかという問題
10. 宝探し問題
11. 正三角形の面積を最大にする3頂点の配置問題
12. ニセガネ探しに関する問題
13. 連続整数の和に関する問題
14. 時計の針に関する問題
15. 数のグループ分けに関する問題
16. 積と和に関する問題
17. $2^n + 3^{n+1} + 4^{n+2} + 5^{n+3} + 6^{n+4}$ を7で割り切る問題
18. 正方向格子盤上の不等距離配置問題
19. すべての格子点を通るビリヤード玉の経路問題
20. 電灯を素早く確実につける方法
21. マッチ棒による作図問題
22. マッチ棒パズル
23. コンパスだけを使った作図問題
24. お盆だけを使った作図問題
25. 力士の取組み表作成問題
26. フォークダンスの並び方作成問題
27. リンゴとミカンの組み合わせ問題
28. サイコロの配色問題
29. 正方向格子盤上を動く駒の問題

上記の項目から，一見パズルの問題集のように感じられるかもしれませんが，本書は歴然とした数学問題集です。本書に真剣に取り組むことによって数学の問題を解くセンスが磨かれ，奇想天外な発想法を身につけられるように編集しました。

第5巻 ゲームで学ぶ数学的思考法

主旨

理数系を嫌う生徒の中にもゲームやパズル，数学的マジックには関心を抱き，熱中する人はたくさんいます。数学から思考力，推理力，分析力，洞察力，集中力などを生徒に修得させることは，彼らが関心を抱く題材を通してでも可能です。なにも高度で難解な微積分や方程式などを教え込まなければならない必然はありません。いくつかの学校では数学

に聴く耳を持たない生徒に囲碁や将棋を教えること
によって一定の成果を納めています。生徒どうしで
ゲームに対戦させたり、その必勝法を探させたり、
数学的マジックのカラクリを解き明かさせたりなど
して、楽しみながらゲームの背後に潜む数理につい
て学習することが本書の目的です。

本書で紹介するゲーム、数学的マジックを通じて
学ぶことができる思考法の例として、帰納的な考え
方、逆思考法、対称性の活用、二進法を利用した考
え方、山登り論法などがあります。

[本書で取り上げたゲーム例]

1. 花びら取りゲーム
2. 長方形列取りゲーム
3. 碁石3分割ゲーム
4. 川渡り問題
5. かえる飛びゲーム
6. ベット入れ替え問題
7. 落下音読マジック
8. 敵の追いつめゲーム
9. スライドゲーム
10. 左々立きっさ
11. 目付めつけ字
12. コンテナ置き換えゲーム
13. ナイトツアー
14. 数当てマジック
15. 百五減算
16. 2進法読心マジック
17. 握手問題
18. 板チョコ分割問題
19. 石取りゲーム (2種類)
20. すごろくドボンゲーム
21. ペグソリテア
22. 三山くずしとn山くずし

上記のゲームを1つ以下に紹介しましょう。

[例]すごろくドボンゲーム

(ルール)

図1のように、全部で28マス(27~0の番号のつ
いたマス)だけ進めるすごろく盤があり、そのスタート
位置("27"の手前の位置)に駒が1つ置かれている。
サイコロを勝手な向きに置き、その状態から次
の要領で先手、後手が交互にプレーする。

(ア) 現在、上面に出ているサイコロの目が側面となる
ように、左右前後の4方向のいずれか1方向だけに
サイコロを90度だけ倒す。

(イ) 新しく上面に出
たサイコロの目の数
だけ駒を(すごろく
上で)進める。

このようにして、
駒を先手後手が交互
に進めていき、進む
マスがなくなった方が負け。

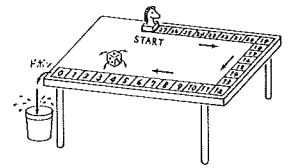


図1

[問題]

このゲームを誰と対戦しても必ず勝てるように、
すごろくの各マスに暗号を記すことにした。すなわ
ち、『すごろくの各マスに対し、その場所で、次にど
んな目を出せば(自分の)勝ちに持ち込めるか』という
情報を、各マスごとに図2に示す暗号マークで記入
したい。

- | | | |
|----------------------|--|---------|
| ① 1を出せばよいとき…… |  | (イチゴ) |
| ② 2を出せばよいとき…… |  | (ニコニコ) |
| ③ 3を出せばよいとき…… |  | (サングラス) |
| ④ 4を出せばよいとき…… |  | (ヨット) |
| ⑤ 5を出せばよいとき…… |  | (ゴルフ) |
| ⑥ 6を出せばよいとき…… |  | (ロケット) |
| ⑦ 何を出しても負け
てしまうとき |  | (黒枠) |

図2(各マスに書くマーク)

例えば、すごろくの④のマスにいるとき、次に(サ
イコロの)どの目を出しても絶対に負けるので、④の
マスには黒枠を記入する。また、②のマスにいると
きは、2の目または1の目(1の目を出せば駒はすご
ろくの①のマスに移り、相手は1の目を出すことが
できないので負ける)を出せば勝てるので、②のマス
にはイチゴとニコニコマークを記入する。

このようにして、28個の各々のマスすべてにマー
クを記入せよ。

[考察]

各状態で自分の順番が回ってきたとき、その状態
から勝ちに持ち込めるか、あるいは、どうやっても
相手に負かされてしまうかを調べる。このとき、ス

タートの状態から考えるのではなく、最初に、マス⑩にいる状態、次に、①にいる状態、……という具合に逆から順に調べ、表1の空欄を埋めていく。ただし、サイコロの性質(向かい合う目の合計が7という性質)から、□の裏は⑥、□の裏は③、□の裏は④なので、例えば、□が上面に出ているとき、次に□または⑥が出ることはない。この事実に着意して、上面に出ているサイコロの目の状態を表1のように3つに分ける。

サイコロの上面に出ている目の数 駒が いる マス の 番 号	□ または ⑥	□ または ③	□ または ④
0			
1			
2			
⋮			

表1

表1を順次埋めていくと次の表2のようになる。

サイコロの目の数 マス の 番 号	□ または ⑥	□ または ③	□ または ④
0	負	負	負
1	負	勝 □	勝 □
2	勝 □	勝 □	勝 □ □
3	勝 □	勝 □	負
4	勝 □ □	勝 □ □	負
5	勝 □ □	負	勝 □ □
6	勝 □	勝 □ □ □	勝 □ □
7	勝 □ □ □	勝 □ □ □ □	勝 □ □ □
8	勝 □ □	勝 □ □	負
9	負	負	負
10	勝 □ □	勝 □	勝 □ □ □
11	勝 □ □ □	勝 □	勝 □
12	勝 □ □ □	勝 □ □ □	負
13	勝 □ □	勝 □ □	負
14	勝 □ □	負	勝 □ □
15	勝 □	勝 □ □ □	勝 □ □
16	勝 □ □ □ □	勝 □ □ □	勝 □
17	勝 □ □	勝 □ □	負
18	負	負	負
19	勝 □ □	勝 □	勝 □ □ □
20	勝 □ □ □	勝 □	勝 □
21	勝 □ □ □	勝 □ □ □	負
22	勝 □ □	勝 □ □	負
23	勝 □ □	負	勝 □ □
24	勝 □	勝 □ □ □	勝 □ □
25	勝 □ □ □ □	勝 □ □ □	勝 □

26	勝 □ □	勝 □ □	負
27	負	負	負
START 28	勝 □ □	勝 □	勝 □ □ □

表2

表2を参考にすごろくの28個の各マスに模様を書き込んでみると次のようになる。

(例)

10	11	12	13
9			
8	7	6	5
			4
0	1	2	3

なお、上のマスでは相手の目をごまかすために、必勝法とは関係ないマーク



を適当に織り混ぜて記入してある。

[分かったこと]

表2またはすごろくの模様からもわかるように、9マス以降のマスに関して、⑨～⑬、⑱～⑲、⑳～㉓、㉔～㉕、……というように、9マスごとに状態が繰り返し周期的に現れていることがわかる。

第6巻 物づくりでわかる納得数学

主旨

理数系教育の目標は単に定理、公式、法則、原理、概念を理解させることだけでなく、考えることの愉しさ、工夫の大切さ、不思議を解き明かす醍醐味を堪能することにもあります。ところが、現行ではカリキュラムを消化させるために、難解な理論や理屈を生徒に天下り的に教えなくてはならないことも多々あります。この事態が理数系離れの大きな原因の1つです。彼らの関心を理数系科目に再び呼び戻すためには、感動を実体験させることが肝心です。例えば、小、中、高校で履修するテーマに関した数学的工物物を実際に彼らに作らせ、定理や公式のメカニズムを実感させることはその効果的な方法です。そのための教材を提供したものが本書です。

本書では、以下のものを取り上げます。これらのテーマは少し突っ込んで分析すると、奥深い数学的理論に発展するものばかりです。

[本書で取り上げる話題例]

1. ケーキの公平な3分割, 4分割問題
2. カメラに内蔵されているペンタプリズムのしくみ
3. 三角ピリヤードの必勝戦略
4. らせんスロープの長さの求め方
5. 三平方の定理の折り紙による証明
6. 三平方の定理に基づく回転水槽実験
7. アリが砂糖にありつくための最短道問題
8. 三平方の定理を応用した正方形テーブルの設計
9. 万華鏡と変形万華鏡の制作
10. 多面体転がしハンコの作成
11. 五角錐の万華鏡, 三角錐の万華鏡の設計
12. 最も経済的な立体の作成
13. 箱の能率的な包み方
14. 美術館の照明灯の配置の設計
15. 正三角形にも正方形にもなる万能機の設計
16. 様々な形の四角形になる万能機の設計
17. 廊下を通過できる最大面積のソファの設計
18. 最短ネットワークの設計
19. 四角い穴を開ける回転ドリルの設計
20. 3枚の名刺を用いて正二十面体を作る方法

以下、この中から1題紹介しましょう。

[3枚の名刺を用いて正二十面体を作る方法]

(用意するもの)

名刺3枚とハサミ

[問題]

3枚の名刺すべてに、図1のようなカギ形の切り込みを入れる。切り込みの入れ方は、長方形の長い方の辺の中点から、中心(対角線の交点)に向かって水平にハサミを入れ、中心から同じ長さだけ垂直にもハサミを入れる。(つまり、切り込みの長さの合計

は、長方形の短い方の辺と同じである。)

これらの3枚の名刺を、図2の形に組み立てよ。実際に紙を切って試してください。3分以内でできればあなたは優秀です。

この問題は単なる名刺パズルの域で終わってしまうものではありません。というのは、図2の立体において隣り合う頂点どうしを図3のように結んで得られる立体は、正二十面体になるからです。その理由を解明するには、図2の立体の対称性、正二十面体の頂点と辺の関係、名刺のたてと横の長さの比が黄金比になっていること、正五角形の対角線と1辺の長さの比も黄金比であることなど様々な話題に発展していくことになります。

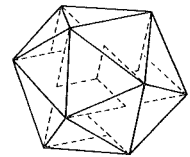


図3 頂点を結ぶ正二十面体

(東海大学教育研究所)

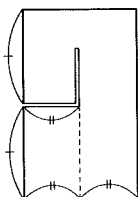


図1

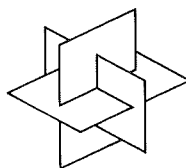


図2