

高校数学参考書の新シリーズ

“クリエイティブ高校数学講座”の発刊に寄せて

あきやま じん
秋山 仁

I. 思い起こせば恥かしきことの数々

全国の数学の先生方、よく聴いて下さい。中・高校生にとって数学は、体育と並んで、劣等感を感じさせられてしまう科目だそうです。その理由は、国語、英語、社会などができなくても「アイツは怠け者だから」と思われるだけで済むのですが、体育がダメだとノロマとののしられ、数学ができないとバカと決めつけられてしまいがちだからです。そして、これら2つの科目はともにデキル、デキナイが歴然と現れてしまい、自分がデキナイのをゴマ化し難いという特性があるのです。

以下に示す珍事はすべて実話で何の誇張もありませんが、現在の数学教育のある一面を捕らえていると思います。

～ある春の珍事(その1)～

試験官「キミ、正弦定理って知ってるかい？」

受験生「ハイ、 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ です」

試験官「なかなか良くデキルねえー」

受験生「イエ、それほどでもありません…」

試験官「それじゃあ、念のため、その“R”って、何かな？」

受験生「はい、直角です」

試験官「ヤッタゼ、baby」

～ある春の珍事(その2)～

試験官「 $x = \cos\theta$, $y = \sin\theta$, $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ のとき、点 (x, y) の軌跡を黒板に描いてごらん」

受験生、しばらく考えたあと、

「よく、判りません、……、何か、ヒント出していただけませんか」

試験官「軌跡の問題を解くときは、パラメータを消して、 x, y の関係式を求めることが大切だったな」

受験生「パラメータって何ですか」

試験官「高校では、媒介変数って呼んだかも知れないな、そう、その θ のことだよ」

受験生「 θ を消していいんですか……」

試験官は「こいつ、変わった奴だな」と思う間もなく、受験生が黒板消しをつかむのを見て、不吉な予感。そう思ったのも束の間、受験生は黒板の3カ所に書いてあった θ をひとつずつ黒板消しで消していった。

試験官、ショックの余り、しばし絶句。その後、ひたすら哀想笑い。

これらの出来事は面接試験で実際に起きたことですが、けなげな受験生を笑い者にしてケシカランとお叱りを受けるかも知れません。そこで、せめてもの罪ほろぼしの代わりに、私めが学生時代にやってしまった失敗を御披露いたしましょう。

ある春の珍事(その3)～忘れ得ぬ悪夢の瞬間～

高校時代も劣等生だった私は数学の時間は隣の友人と将棋をする時間と勝手に決め込んでいた。なぜなら、数学を勉強する目的は思考力を身に付けることだと先生がかねがねおっしゃっていたので、そんな訳で、劣等生達は将棋盤を机の下に隠し、先生に見つからぬよう恐怖と戦慄の中で将棋に興じるのが常だった。そんな中での対戦はとてもスリルがあった。あるとき、駒がコロコロと音を立てて床に落ち、運悪く先生に見つかってしまった。いつも優しい先生がその時に限って虫の居所でも悪かったのか、烈火の如く怒り、私は黒板の前に引きずり出された。

「おまえは頭が悪いうえ、不真面目だ。授業で分からんところがあるときは、すぐに諦めないで質問しなきゃ駄目だ。黒板に書いてあることで分からんことがあれば何でもイイから聞け」とドヤされた。先生

の剣幕に怯えた私は、とっさに

「そこに書いてある、10グラムってのは何ですか？」と、その場しのぎの質問を発してしまった。

「バカモン!!これは“log”と言って、対数の記号だ。こんなことも分らんのか、しょうがないな、おまえは」とたしなめられた。クラスは爆笑の渦と化した。私は退学の危機に瀕したことは言うまでもないだろう。

上記の事件を引き起こした3人の主役を代表して私に、一言、弁明の機会を与えて下さい。

珍事(その1)の受験生は暗記勉強の犠牲者の象徴です。また(その2)の受験生は詰め込み教育の犠牲者で、自分の頭でものごとの筋道を考え、納得してから勉強するという習慣が身に付いていないので、先生のヒントの真意をくみ取らず、いわれるがままにおかしなことをしてしまったのです。そして、(その3)の生徒は潜在的には数学が好きなのだが、つまらない授業は自主的にサボルというタイプの人間です(自分で云うのだから間違いはありません)。結論はどの人も現行の数学教育の悪い面に影響された可哀な犠牲者なのです。

では、次節では、戦後の数学教育の弱点をより掘り下げて分析してみましょう。

II. 数学教育の現状と数学嫌いの原因

現在、国内では理数系離れが進み、科学技術の力に頼って、繁栄を遂げたきた我が国の21世紀に大きな陰を落としている。理数系離れの実態は量的にも質的にも進んでいることを示す多くのデータがある。その原因を究明すると、表面的には急速に減少しつつある受験生を集める施策のひとつとして大学入試で数学を課さない大学が増えたこと、また、高校生の数学(I, II, III, A, B, C)の各科目に関しての選択制度の導入が取り込まれた結果、履修率の低下が進行し、数III, 数Cなどを全く履修しない生徒が大半を占めるようになったことなどがある。しかし、より深刻なことは高校生の数理分析能力の質的低下と、デキ、不デキは別として数学を嫌いな生徒が急増していることである。“7, 5, 3現象”すなわち、数学の授業についていける生徒の割合が小, 中, 高校それぞれで全体の7割, 5割, 3割という報告がなされてから久しいが、現在ではそれよりずっと事態は悪化し、“5, 3, 1現象”になって

しまっているようだ。特に、思考力や論理力さらに独創力の低下が著しい。このような事態に陥った原因は複雑で一言で要約するのは難しいが、概ね以下のことが考えられる。

(a) 過密なカリキュラムをこなすため、知識の伝達に力点が置かれ、自分の頭で考えるプロセスが軽減され、数学が暗記科目化した。

(b) 人類の知の所産である数学の重要な定理、公式、概念などを学ぶことは、本来、若者の好奇心を駆り立て、そこには多くの感動があるはずである。しかし、カリキュラムがぶつ切りにされてしまった結果、単元どうしの脈絡に欠け、人類が数学に挑戦してきた歴史が抜け落ち、大きな流れとしての数学の感動的場面が生徒達に伝達されていない。

また、定理や理論がどのような経緯で、またどのようなニーズによって創られたかという歴史的側面がほとんど教授されていない。

(c) 数学は自然科学の一分野であるにも拘わらず、実験や観察を生徒に行わせるのは時間がかかるので、それらに当てるべき時間が大幅に切り落とされ、数学と自然との神秘的関わりが十分に教授されていない。その結果、本来、自然の神秘を解き明かす道具としての数学が自然の現象と遊離して教授され、無味乾燥な机上の学問と化してしまっている。

(d) 進学のため、難問を上手に解かせるテクニックの習得に力点が置かれ、生徒達に数学のもつ固有の面白さを堪能させるのではなく、点取りの方法が強調され過ぎてしまった。その結果、一般の生徒達の間で数学に対する負のイメージがふくらみ、数学がほんの一部の生徒だけにしか愛されない科目になってしまった。

(e) 科学技術が日進月歩の発展を遂げ、極度に高度化してしまった結果、技術革新の中に数学の理論がふんだんに応用されていることを生徒達に認識させることによって、その重要性を実感させることが難しくなってしまった。

(f) 少子化の現象の中で早期教育が浸透し、かつ、レベルを超える難問が生徒達に押しつけられ、更には、妥当性を欠く、曖昧な尺度で生徒の数学の能力が測定されてきた。その結果、算数の好き嫌いが幼少の時から明瞭化してしまい、喰わず嫌いも含め、

算数嫌いが低年齢化してしまった。

このような状況の下に、数学教育者は今、二者択一を迫られています。従来の教育法を死守し、一部の優秀な生徒の育成により一層努力するか、数学教育の目指す目標を多様化し、より多くの生徒層を取り込む策を講ずるかの2つしかありません。現在のような過渡期的な状態では、どちらか一方だけに目標を絞り込むことは極めて危険だと思います。21世紀に向けて“多角的な”側面を有する数学教育のカリキュラムを早急に作成し、閉塞状況にある数学教育に風穴を開けるために、今こそ、数学教育関係者はコペルニクスの発想の転換を図るべきであるというのが筆者の考えであります。

Ⅲ. 早く数学の時間にならないかなあ

数学をデキるようにさせることが数学教育の重要な目標のひとつであることは言うまでもありません。しかし、数学を楽しみ、数学を好きにさせることもそれと同様に大切なことだと筆者は考えています。テストで良い得点を取れなくとも、また、知識は余りもたなくとも自分の頭で考える楽しさを知る生徒を育てることに大きな意義があります。近い将来、中学校や高校での授業風景が今とは変わってくれることを筆者は期待しています。ある時は生徒達が数学的作物を製作する工房に教室が早変わりしたり、また、ある時は生徒どうしが数学的ゲームを対戦し、ゲームを通して思考する楽しさを培わせる道場にも教室はなります。クラスの生徒達は自分で適した数学コースを選び、個々に応じて能力を伸ばすのです。そんな教室の風景が実現するため、筆者は、東海大学教育研究所の研究スタッフの協力のもとに、以下に示すカリキュラムを開発しています。

1. 数学史の観点から、数学の発展の流れを重視した教材の開発
2. 生徒がミスしやすい多発誤答例の収集とその克服法の研究
3. モノづくりを通して数学的概念を納得させる教材の開発
4. 数学ゲームやパズルを通して数学的思考力や発想力を育ませるための教材開発
5. 古今東西の名作問題を集め、それらを解き明かすアイデアから学ぶ奇想天外発想法

これら5つのテーマに関し、高校生、受験生を读者対象とする参考書のシリーズが今回、数研出版から刊行することになりました。シリーズ名は

“クリエイティブ高校数学講座”

です。このシリーズは、全6巻から成り、上述のテーマ1に対応するものは2分冊で、その上巻では主に数学Ⅰと数学Aの範ちゅうに属するトピックを扱い、下巻では主に数学Ⅱと数学Bのトピックを解説しました。また、2～5のテーマについてはそれぞれ1冊ずつにまとめました。

各巻の書名は以下の通りです。

“クリエイティブ高校数学講座”

- 第1巻 大数学者に学ぶ入試数学 上巻(数Ⅰ,数A)
—高校数学の解法のルーツを探る—
- 第2巻 大数学者に学ぶ入試数学 下巻(数Ⅱ,数B)
—高校数学の解法のルーツを探る—
- 第3巻 高校生がミスしやすい多発誤答パターン
(数Ⅰ,数Ⅱ,数A,数B)
- 第4巻 名作から学ぶ奇想天外発想法(仮称)
- 第5巻 ゲームで学ぶ数学的思考法(仮称)
- 第6巻 物づくりでわかる納得数学(仮称)

次節に、97年6月に発刊されました第1巻～第3巻の各巻について、執筆の主旨や内容などを具体的に紹介させていただくことにしましょう。なお、第4巻～第6巻は98年に出版が予定されており、それらについては紙面の都合上、数研通信の次号(第30号)に紹介を廻させていただくことにしましたが、それらも併せて御一読いただければ幸いです。

Ⅳ. 新刊シリーズ

“クリエイティブ高校数学講座”各巻の紹介

- | |
|--|
| 第1巻 大数学者に学ぶ入試数学
上巻(数Ⅰ,数A)
—高校数学の解法のルーツを探る— |
| 第2巻 大数学者に学ぶ入試数学
下巻(数Ⅱ,数B)
—高校数学の解法のルーツを探る— |

(1) 主旨

数千年に亘って人類が築き上げてきた知の所産ともいべき数学を歴史上の数学者たちに焦点を合わせ、高校数学の源流を訪ね、その本質を平易に解説した。特に、数学という学問の流れの中で重要な理

論、定理を発見した数学者たちに照準を合わせ、彼らがどのようなニーズで、また、いかなる発想によって理論や定理、公式を創ったかを解説した。

例えば、

- (a) $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1)$ は、どのようにして発見されたのか？
- (b) ネーピアが対数を考え出すキッカケになった定理は何であったのか？
- (c) 三角関数の加法定理は初等幾何学のある定理から発想されたのだが、それはどんな定理か？
- (d) 数学的帰納法という証明法を最初に用いたのはパスカルだが、それはどんな命題を証明するために使われたのか？
- (e) $\sqrt{2}$ の近似値を能率的に求める方法は既にバビロニアの時代に知られていたが、それはどんな不等式を利用して成されたのか？
- (f) 期待値の概念が歴史上、初めて議論されたのは17世紀のパスカルとフェルマーの往復書簡であったが、それは具体的にどんな問題であったのか？
- (g) アルキメデスはどのような方法で放物線と直線で囲まれる領域の面積を求めたのか？

このような話題を高校数学の中から数十件選び出し、歴史的流れに沿って解説した。その結果、授業では独立していた単元の間にも理論的脈絡が生じ、体系的に高校数学が学べるように心掛けた。

更に、大学入試問題の解法の源流は、実は、一見あまり関係なさそうな歴史的数学者達の発想にある！

この事実を鮮やかにするために、本書では類出する多くの入試問題を彼らの発想に習って解き明かした。

(2) 読者対象

高校生、大学受験生はもとより、理数系教員にとっても参考になるように心掛けました。

(3) 上巻の内容(数Ⅰ、数Aのテーマを主に扱う)

1. 自然数の和～ピタゴラスの小石並べ
2. 三平方の定理～幾何学・整数論的側面
3. 平方根の近似～相加・相乗・調和平均
4. 不定方程式～ユークリッドの互除法
5. 二項定理～パスカルの数三角形
6. 確率と期待値～期待値による戦略
7. フィボナッチ数列～黄金比と調和
8. 平面幾何～論証の構造

9. 三角比～天体の幾何学

10. 集合と論理～数学の論理性と証明法

(4) 下巻の内容(数Ⅱ、数Bのテーマを主に扱う)

1. 指数・対数～ネーピアによる計算法の簡便化
2. 複素数と複素数平面～虚数の扱い方
3. 高次方程式～3次方程式の解法
4. 正17角形の作図～作図の意味
5. いろいろな求積法～面積・体積と定積分
6. 曲面と接線～微分法と接線
7. 座標平面と2次曲線Ⅰ～円錐の切り口と放物線
8. 座標平面と2次曲線Ⅱ～楕円・双曲線の性質

高校生がミスしやすい多発誤答パターン

(1) 主旨

敵を知ることが最大の防御であるように、ミスを知ることがミスを防ぐ最大の戦略です。毎回、毎回、テストのたびに繰り返されるミス、誤答の数々、これらを一堂に集め、それらを絶滅させる方法はないのかという発想のもとに書かれたのが本書です。

高校生や受験生の間にも多発するミスは大雑把に分類すると2種類ある。1つは、定義や定理、公式を正しく理解していないがために引き起こされる“単純なミス”です。もう1つは、皆が間違い易い“論理的エラー”です。前者のミスは勉強さえすれば防げますが、後者のミスは本質を理解しない限り克服することができません。いわば、深刻なミスということになります。

そこで、本書は高校生、受験生の犯しがちな2種類それぞれの誤答を集め、誤答の典型的なパターンを示すと同時に、そのような誤りを犯した原因を突き止め、誤答を克服する方法を解説しました。更に、各問題にまつわる話題、発展事項あるいは別解答等を紹介しました。また、ミスを克服することができたか否かを確認するための類題を各節ごとに付記しました。

(2) 読者対象

本書が高校生や受験生のための参考書としての役割に留まらず、指導する立場の先生方にとっても、有用であるように配慮しました。

(東海大学教育研究所)