

2桁の数の平方を暗算(加減)でする

— 小さな発見の物語 —

しおみ こうぞう
塩見 浩三

数学とは、勉強すればするほど、新しい事柄を学べば学ぶほど、楽になり、楽しくなり、“数楽”にならなければならないはずのものであるが、現実には逆のイメージになることが多いのは残念なことである。

完成された数学にもすばらしい価値があるけれども、発達途上の生徒には完成されるまでの、発達途上の数学にこそ興味を見い出すのではなからうか。

また、そこに発見、創造の興味と喜びが味えるのではなからうか？

数学の授業で計算をしているとき、2桁の数の平方が出てきたとき、私が中学3年生のときに発見した、暗算ですばやく計算する方法で計算すると毎年生徒は、異様な興味を示します。

“2桁の数の平方を暗算(加減)でする”小さな発見の物語を紹介します。

1の位が5である2桁の数の平方、例えば 15^2 、 25^2 、 35^2 、 45^2 、を計算すると、225、625、1225、2025すなわち後ろ2桁は $5^2=25$ 、その前2桁は10の位の数とその数に1を加えた数の積になっている。

このことは私が中学3年生の時には知っていたことだが、最近の高校生はだれも知らないようである。このことですら強い興味を示す生徒が多くいる。

5分間で証明してみよという、ほとんどの生徒ができなかった。

証明

$$(10a+5)^2=100a^2+100a+25$$
$$=a(a+1)\times 100+25$$

これで生徒も納得する。

更に、もう一步一般化して、 36^2 、 54^2 はどうなるであろうか？

前の方法でうまくいかないだろうか？

後ろ2桁は $6^2=36$ 、前2桁は $3\times 4=12$ として

$$36^2=1236$$

後ろ2桁は $4^2=16$ 、前2桁は $5\times 6=30$ として

$$54^2=3016$$

と計算して正しければこれは世界的な大発見で、平方の計算は大変楽で、計算ミスも少なくなるであろうが、残念ながら、1位の数が5以外はこの方法ではだめなのである。

ここで考えるのをやめては次の小さな発見はなかったのである。

ところが、まじめに教科書など勉強せず、メジロ取りに熱中していた中学3年生は、“明日の宿題はだれでもできる計算だから、全員必ずやってくるように”とキツク言われた先生の言葉を家に帰って思い出し、数学の教科書を開いた。その問題が、“平方と平方根”の導入の問題で、

次の平方(25^2 、 36^2 、 67^2 、 54^2)を計算せよという問題であった。

一般に暗算で計算する方法などないのに、何を勘違いしたのか、だれでもできるという言葉を出し、必死でたくさん具体例で考え、暗算の法則を発見しようとした。

そして

$$36^2=1236+60$$

$$54^2=2016-100$$

更に

$31^2=1201-240$	$\left\{ \begin{array}{l} 36^2=1236+60 \\ 37^2=1249+120 \\ 38^2=1264+180 \\ 39^2=1281+240 \end{array} \right.$
$32^2=1204-180$	
$33^2=1209-120$	
$34^2=1216-60$	
$35^2=1225$	

$$\begin{cases} 16^2 = 236 + 20 \\ 26^2 = 636 + 40 \\ 36^2 = 1236 + 60 \\ 46^2 = 2036 + 80 \end{cases}$$

これだけ計算してみると、何か法則が発見できるものである。

例えば、 67^2 であれば、前2桁は $6 \times 7 = 42$ 後ろ2桁は $7^2 = 49$ と計算した4249に 40×6 の240を加えればよいことを発見したのである。

つまり

$$67^2 = 4249 + 240 = 4489$$

これで正解である。

一般の証明は中学3年生のときは、考えようともしなかったが、とにかくだれでもできる計算の宿題が時間はかかったけれども、自分にも発見できた喜びを感じたのをいまだに忘れない。

さて、いよいよ待ちに待った数学の時間、先生は数名の生徒に板書させた。それは

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 25 \\ \hline 125 \\ 50 \\ \hline 625 \end{array} \quad \begin{array}{r} 67 \\ \times 67 \\ \hline 469 \\ 402 \\ \hline 4489 \end{array}$$

で、さっと次の平方根の計算に入ろうとした。

宿題もほとんどやったことがないのに昨夜必死で考え、発見した暗算、生意気にも、 67^2 は小学生でもあるまいし、中学生なら暗算でするのではないかと数学の先生にくってかかった。

教壇に出てしばらく説明するが、先生にも生徒にも十分わかってもらえなかったが、どんな問題でも暗算で答を出して先生を驚かした。

そして“おまえは天才だ”という言葉だけが、しばらくの間学校を駆け巡った。

以後、意地でも2桁の平方は暗算でやることにしていますが、ときどきは疑問に思えて計算もしたりすることもあります。

最近になって、ふと証明を考えてみました。

$$(10a + b)^2 = a(a+1) \times 100 + b^2 + a \dots\dots ①$$

①から

$$100a^2 + 20ab + b^2 = 100a^2 + 100a + b^2 + a$$

整理して

$$20ab = 100a + a$$

$$a = 20a(b-5)$$

表にすると

b	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	$-80a$	$-60a$	$-40a$	$-20a$	0	$20a$	$40a$	$60a$	$80a$

以上から、 67^2 であれば暗算で4249と書き、表の7の所の $40 \times 6 = 240$ を加えればよいのである。この表は対称性より記憶は簡単である。

54^2 であれば3016に $-20a = -100$ を加えればよいのである。

すなわち

$$54^2 = 3016 - 100 = 2916$$

先生方も2桁の数の平方を暗算(加減)で計算してみたいかがでしょうか？

(愛媛県立 大三島高等学校)

