日本数学コンクールを始めて

四方（しかた）　義啓（よしひろ）

多少はアルコールも手伝って，その勢いで
「数学と数学教育を考える会」
を結成し，ついでに90年から強引に始めてしまった日本数学コンクールですが，意外な反響に驚いているところです．

今でこそ，中学，高校関係だとか大学関係だとかの区別なく知恵を出し合い，協力して仲良くやっているコンクールも，もとはと言えば三重県，愛知県の高校数学教育研究会の先生方の大学入試に対するかなり激しい突き上げから始まったのです．

実は，この突き上げをかわすために名大職員会館に愛知，岐阜，三重の各数学研究会，そして愛知教育，名工，名市，三重，岐阜，南山，名城各大学の先生方を招いて一席を設けたつもりだったのですが，その席上でも追求は続きました：

「大学入試は大学側からの高校に対する唯一のメッセージだと思うがどうか」
「もしそうなら大学はその中に大学としての哲学を述べるべきではないのか」
「例えば，大学側の考える数学はこうだとか，こういう学問や人物が未来に対して必要なのだというメッセージが今の入試問題の中に読み取れるだろうか」
「高校における数学教育は入試だけを中心に回転しているがそれでいいのか」
「入試のせいで，今の数学は暗記物，書き取り練習になってしまっている」
「数学の本当の魅力を示すことなしには数学教育は不可能ではないのか」……
ここにいちいち書いていてはきりがないほどですが，アルコールの影響なんかはどこへやら，どの意見もその通りであり，どの先生も真剣そのものでした．

そこで，まず「数学と数学教育を考える会」
を結成しようではないかということになりました．たまたまそこに居合わせて激論を戦わせていた人たちが会員で，50才以上は理事，40才代が幹事，30才代は評議員にしようということになったのです．

四方義啓　名古屋大学教授

多少インチキの臭いはしますが，ここまではそんなに問題はありませんでした．そして，まさにアルコールの勢いで
「数学は本当は面白いものなんだ．ピチピチしてるんだ」
「受験数学はそれを殺して書き取り問題にしてしまうんだ」
というところまでは「数学と数学教育を考える会」として同意できたのです．
そこで大学から，
「本物の数学はこんなに面白いものなんだぞ，ピチピチしてるんだぞ」
というメッセージを発信し，子供に伝えねばならないだろうということになりました．しかし，これこそは「言うは易く行うは難い」ことです．
「大変だなあ」，「今の入試体制の中では絶対駄目だ」と，なんとなく弱気になる我々に
「それができてこその大学じゃないか」
という批判めいた発言まで飛びだすほどに議論は白熱していたのです．

そこで議論は
「もし大学入試でメッセージが伝えにくい，ないし十分に伝わらないというのなら何か別のことを考えよう」
という方向に向かいました．
そしていつの間にか
「一丁，本物数学の新型コンクールでもやるか」
ということになったのです．きっとこの裏には名大教養部で行われてきた大学生向けのコンクールが下敷にあったと思います．

一旦こういうことになると
「大学入試が時間に縛られるというなら時間制限なしでやろうじゃないか」
「大学入試が暗記ものだというなら参考書持ち込み自由にしようじゃないか」
「参加費用をとるのなら，コーヒー，ジュースくらい飲ませてやろうよ」
「ついでに参加賞もやりたいね，参加することに意味があるんだから」
「新聞社やテレビ，ラジオに持ち込んで協力してもらったらどうだろう」

等など，アイデアはいくらでもわいてきました．
そうして最終的には，参加した子供たちに
「本当の数学とはこんなに面白い，ピチピチしたものなんだ」
「数学がこんなにも広い，面白い科学だったのか」
「参加費を払っても参加して本当によかった」
と思わせることができるような問題を作れという宿題を我々に残して，その日の会合はめでたく散会したのです．

酔っぱらっている間は，すぐにでもできそうに思われたコンクールも，酔いがさめてみれば，決してなまやさしいものではありませんでした．「本当によかったと思えるような問題作り」の大変さは言うまでもないとして，気になったのは，うっかりすれば，このコンクールが中・高生の単なるランクづけ，エリート作りに堕してしまいはしないかということです．それにもう1つ，丁度そのころに始まったばかりの数学オリンピックの噂も飛び込んできました．

もし，古典数学から難問，難題を選んでそれに一定の時間内で挑戦させるという数学オリンピックと同じ路線をとってしまったら，我々の存在価値そのものが問われることになるでしょう．名大は教養部で大学生向けのコンクールを行っていたり，八高一名大と続く難問揃いの入試問題で全国に名をはせていたりして，この方向でも十分な歴史と伝統を誇ることができるのですが，これは数学オリンピックと真正面からぶつかっていて，既にこの時点で採用できなくなってしまったのです．

これらの難関を切り抜ける道は1つしか残されていませんでした．それは，我々自身が新しい科学としての数学の可能性を切り開き，そこに新しい問題を見いだして自分自身で挑戦し，その後ろ姿を参加する子供たちに見せる．この一手だけだったのです．

コンクールの数学にせよ，はたまた教室の数学にせよ，もし我々自身が面白いとも何とも感じていないとすれば，子供たちにそのような数学に真剣に取り組めと言う方が土台無理なのではないのでしょうか．

もちろん，教室や受験の数学には「定められた土俵の中で」という極めて厳しい制限があります．これが多少とも数学のチャレンジする面白さ，ドキドキするようなスリルを弱めてしまっているのは確かです．自動車で言うなら，これは決められたサーキットを決められたスピードと技法で走らねばならない教習所のようなものでしょう．その必要性は非常によく分かるとしても，私はどうも教習所のドライブは好きになれないのです．自動車が実際に走るのはこんな場所ではなく，違反すれすれの車がはみ出していたり，信号が黄色になったからといって急減速をしようものならゴツンとやられるかもしれない一般道路なのです．

また，ドライブが本当にスリリングで面白いのは，サファリ・ラリーのように，道でない道，オフロードを，そして，誰も走ったことのない砂漠を，泥んこになって，あるいは命がけで，走り回ることであるような気がするのです．

教官がつきっきりの教習所のドライブを教科書の計算とすれば，おおまかな地図だけを頼りに命がけで目的地にたどり着くサファリ・ラリーは科学の最先端を尋ねるようなものでしょう．もとより，基本は確かに基本です．いくら好きでないからと言っても，教習所のドライブや教科書の計算ができないで，オフロードのドライブや最先端の科学のスリルを満

喫するわけには行きません．でも，もし教習所のドライブや教科書の計算だけが全てだと言われたとしたら……私はかなりの反発を覚えると思うのです．教習所のドライブはサファリ・ラリーのためだとは言わないまでも，少なくとも一般道のドライブを楽しむためのものであるべきなのです．

と言うわけで，「もし，数学におけるサファリ・ラリーのスリルをコンクールに参加した子供たちに味わわせることができたとしたら……」というのが我々のコンクールの出発点になりました．我々が秘かに抱いた「これができれば，高校数学研究会から持ち込まれた数学教育，更には数学研究上の問題の多くが解決されるのではないか」という期待は甘過ぎたでしょうか？

こんなに大口を叩いてしまうとその通りに問題が作れたかどうかが心配になってしまうのですが，とにかく第１回目はイーストの発芽の状態と曲率の問題[注1)]として，第２，第３回目はミルククラウン[注2)]やタバコの煙の輪の形[注3)]の問題として，現代物理学や生物学ですら十分な答えを持っていないようなものも出題してみました．パリーダカールのラリーなんかでもそうなのでしょうが，これに取り組んだ子供たちがちゃんと生きて帰ってこられるように，すなわち，一応の答えを得られるように，準備するのは実に大変な作業でした．子供のためのコンクールと言いながら，なんだか我々自身が試されているような気分になったものです．

こうして，コンクールの方向や問題は何とかなったものの，いったい何人の子供が参加してくれて，我々の期待をくみ取ってくれるだろうかと言うことになると誰にも自信はありませんでした．私自身は「なーに，40人から50人くればいいや」とうそぶいていたのです．今の受験体制に疑問を持つのはやはり一種のエリートだけだろうから，そんなに多いはずはないだろうというのがその根拠でした．ですから，問題も「だいたいこの連中だけを相手に作っておけばいいや」と思っていたのです．

これに真っ向から反対したのが，報道関係の方でした．
「先生，子供はみんなものを考えたがっているんです」，「ぶつかって行く対象とそのちゃんとした理由が欲しいんです」
とブチあげられて，たじろいだのはどうも私だけではなかったようです．そうして急遽（きゅうきょ）問題を手直ししました．これによって，本当に「本物数学」が考えられるように，そして，ぶつかって行く対象とその理由が見えるようにしたつもりです．

いろいろとすったもんだはありましたが，いざ蓋を開けてみると，報道の方の予測通り500 名からの参加者で会場はあふれました．おまけに，多くの数学者からは「ナンダコリャ」と言われるような問題，それもフツーじゃない超難問ばかりが並んでいたにもかかわらず，途中退場者はごくわずかで，60％を超す子供が最後までがんばって，周りが薄暗くなっているのに
「イーストはこう増えるはずだ……（第１回４番）」
「将棋の駒はこうならなきゃおかしい……（第１回１番[注4)]）」
と考え続けてくれていたのですから，関係者一同感激してしまったものです．コンクールと同時に簡単なアンケートを行っていますが，これによると
「問題は難しいが，面白い」という回答や
「数学に対する見方が従来より広くなった」
とするものが圧倒的で，子供たちの視点の確かさに舌を巻きました．
ですから，採点についても手抜きは許されませんでした．子供たちは力一杯取り組んでくるので，いい加減に相手になっていると大変なことになるのです．それに，どの問題もオフロード・ラリー，いいかえれば，現代数学，物理学，生物学などの最先端の近く（またはそのもの）にあって，まだ教科書なんか書かれていないものばかりなのですから，読みようによっては答などなかったり，まだ解けていなかったりもするのです．採点をお願いしている先生方には本当に申し訳ないと思っています．

いや，申し訳ないのは，採点にたずさわる先生方ばかりではありません．お金集め，書類や事務の処理，肝心かなめの問題作りなどなど，手弁当に近い状態で，全力を傾けていただいた先生方や関係者に，そして快く後援してくださった報道関係や企業の方々に，この場をお借りして，心から厚くお礼申し上げます．

（名古屋大学）

注）日本数学コンクールは，90年は11月に，91年より毎年8月に名古屋大学を会場(92年より東京会場も)として行われています．

参加対象者は主に高校生ですが，小，中学生，一般の人も参加可能，試験時間は6時間で，参考書やノート類の持ち込みも認められています．コンクールの主な特色として

1. 自由にゆっくりと考えることができる
2. 楽しい数学の発見　3. 多彩な才能の評価
4. 人材の育成　があげられています．

以下に，本文で触れられた問題文を掲載しました．なお，紙面の都合により，問題の図は省略しました．

第3回日本数学コンクール表彰式

注1）第1回 問題4

数学のもう1つの魅力は，いろいろな現象の原因を，その論理によって見通せると言う点です．そこで，例えば，イースト菌の増殖を数学的にみてみましょう．まず，イースト菌（セルビシ種）とその増殖について次を仮定します：

1. 成熟したイースト菌は直径が10ミクロンくらいの球形である．
2. 成熟したイースト菌はその表面の1点から芽を出して増殖する．
3. この芽は成熟した後に，それ自身の芽を出して増殖することができる．
4. このイースト菌には，2つの型が存在する．それを仮に，I型とII型とする．

そこで，このイースト菌についての増殖実験を行って，次のような知見を得たとします：
ある1個のイースト菌から出た芽が成熟すると幾何学的には相接する2つの球になるわけですが，

a. I型については，次に出る芽は，これらの球がほぼ接する点から発芽した．
b. II型については，次に出る芽は，これらの球の接点を通る直径のもう一方の(接点でない側の)端の近くから発芽することが多い．
c. ただし，bについては必ずしも直径のもう一方の端から発芽するというわけではない．実験誤差を考えにいれてもその近くとしか言えない．

そこで問題になることは，このようなイーストの増殖の原因を幾何学的に説明することができるだろうかということです．例えば，一番単純には，もう一方のイーストからの距離を考えて，I型については最短距離の地点，II型については，最大距離の地点が発芽点と言えるかもしれません．でもこれでは，上記cでII型の発芽点が1点に決まらないといっているのに矛盾します．

そこで某博士は，このイーストの1つ1つの周りを取り巻く水か油のようなものの薄い膜を仮定しました．イーストが2つくっつくとこれはヒョータン(瓢箪)形になりますネ．さて，某博士の立場に立って，これで上の現象が，一応は説明できることを示してください．そして，そのうえで，もし，君自身の考えがあれば述べてください．純粋数学的にはこれでおしまいかもしれませんが，本当に面白いことは，これから生物学的な何かを発見することです．例えば，上でマズッテしまった距離の考えは，イーストから分泌される何かある物質(フェロモンなど)または(単極の)磁石の磁場のようなものだけがその原因であると考えることにあたります．実をいうと，この問題の本当の解決に向かって某博士は，今なお，実験や計算を続けているのです．

注2）第2回 問題4

「雪は天からの手紙である」と言ったのは有名な中谷宇吉郎博士ですが，こちらのボロ博士(某博士のこと)の方は「形は自然の(数学への)ラヴコール」だと思っています．

最近では，機械が進歩して雪の六角以外にも自然はいろいろな形を我々の前にみせてくれるようになりました．

コップのミルクの中にミルクの雫をポッチャンと落としたときにできる形を高速ビデオにとったものを別紙に示します．最初にミルククラウンと呼ばれる王冠型ができて，つぎにミカンの「へた」のような形になり，それからはねかえりの雫がねじ切られるような形で飛びだしていきます．

当然，どんな「ラヴコール」だろう，何故このような形だろうと言うことになるわけですが，うちのボロ博士はミルククラウンについては，軒をつたう雨垂れや，ガラス板の上を流れ落ちるミルクの状態が数学的に解析できればそれからすぐにわかるはずだと言っています．ボロ博士の主張にしたがって雨垂れとガラス板上を流れるミルクの写真も出しておきますので，ミルククラウンに隠されたメッセージについて考えてみてください．ボロ博士の主張は正しいのでしょうか．また，雨垂れやガラス板上のミルクが写真のような形になるのは何故なのでしょう？

更に，ミカンの「へた」形や，はねかえりの雫がねじ切られる形などについてはどうでしょう．さすがのボロ博士も「ウーン」と一言うなったままです．きっと今日もボロ実験室で実験と思索にふけっているのでしょう．

(写真についてはＪ研の皆様，特にM，S，Sa 様にお世話になりました)

注３）$\boxed{\text{第３回　問題４}}$

嫌煙権のせいか，オヤジがタバコの煙を軽く輪に吹いてくれたのを見て，それだけでオヤジを尊敬しちゃったなどという経験を持つ人も減ったようです．

子供心に不思議だったのは，タバコの煙の輪がいつもドーナッツ型をしていたことで，たまには２つ穴のドーナッツ，すなわち眼鏡型とか，穴のないドーナッツ，すなわちシャボン玉型だとか，には吹けないのかなと思ったものです．

そこで，問題はタバコの煙は絶対に穴が２つ以上のドーナッツ型や，シャボン玉型には吹けないのだろうかということです．うちのボロ博士に聞くと，これをヨーク見ているとその謎は解けるよと言って，スポイドに色をつけたミルクを吸い上げて，お皿のミルクの中に勢いよく吐き出して見せてくれました．苦労して高速ビデオでその写真を撮りましたので，これを見てボロ博士の言っていることが嘘かホントかひとつ考えてみてください．

この実験中に水に落ちたミルクの雫からもドーナッツ型の輪ができたのですが，これは何故でしょう．威張っているボロ博士も，落ちた雫に穴があくのは何故かということについては怪しいようなのです．ひとつ，代わって挑戦してみてくれませんか．なお，高速ビデオはNACのご好意によりました．

注４）$\boxed{\text{第１回　問題１}}$

まず少し肩をほぐして頂きましよう．

将棋を知らない人はいないでしょうが，念のために言うと，角という駒は将棋盤の上で斜めなら自由自在に動くことが出来ます(ただし，成り込み無しとします)．しかし，何手を費やしても角は自分のすぐ隣にはどうしても移れません．そこでまず，なぜそうなのかを考えてみてくれませんか？　ただ，答えのわかった人には申し訳ありませんが，これでこの問題が終わったというわけではありません．実は，ここから始めて，この問題を現代数学の中の整数論と呼ばれる分野の問題に結びつけたいのです．

さて，角が自分のすぐ隣に移れなかったのは，角の動きが横(右左)１つに対して縦(上下)１つの動きを基本としていたからかもしれませんし，将棋盤の桝目が縦横９個であったからかもしれません．そこで，どちらに責任があったのか，ないし，どうしても駄目なのかということになりますネ．それを調べるために，将棋盤の代わりに縦横それぞれn個の桝目を持つ碁盤と，その格子の上を動く駒とを考えてみてください．この駒(というよりビー玉)は横１つの格子に対して縦m個の格子を動く動きを基本としているとします．そして，それが碁盤の端の４辺に来たときは，光が反射するように跳ね返るという規則を設けましょう．また，４隅にきたときは対角線に対称に跳ね返るとします．これでビー玉と言った理由がわかりますネ．さて，そこで，本当に考えて頂きたい問題は，m，nをうまくとれば，碁盤の上のある１つの格子から出発して，この規則にしたがって動く駒に，すべての格子を渡り歩かせることが可能だろうかということなのです．

念のため少し数学的に言えば，まず，m，nは自然数で，碁盤の上の線はxy平面上の x＝整数，y＝整数で与えられている直線たち，また端の線は $x=0$，n，$y=0$，nで与えられる直線たち(の一部)です．そして格子とは座標がともに整数である点のことです．これが上で将棋盤を碁盤と言いかえている理由です．また基本の動きとは点(x, y)を４つの点$(x\pm1, y\pm m)$のうちのどれかに移すことです．ただし，“はしっこ”へいってしまうと，上で述べた反射規則を適用しますからちょうどこうではないかもしれません．

また，おまけの問題として，基本の動きの中に，縦１つに対し横m個の桝目を動く動きも付け加えるとどのようなことがいえるかな？　とも考えてみてください．$m=2$ ならチェスのナイトの動きです．ナイトは盤上どこへでも行けますヨ．