

# 組立除法について

おおき みのる  
大木 實

整式の割り算において、1次式で割る場合の組立除法を、2次式以上で割る場合にも応用しました。

5次式Aを2次式Bで割り、商Q余りRとなる場合について説明します。

$$A = a_1x^5 + a_2x^4 + a_3x^3 + a_4x^2 + a_5x + a_6$$

$$B = b_1x^2 + b_2x + b_3$$

$$Q = c_1x^3 + c_2x^2 + c_3x + c_4 \quad R = c_5x + c_6$$

とおくとき  $QB = A - R$  の両辺を比較する。

$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$			
$b_1$	$b_2$	$b_3$				
$b_1c_1$	$b_1c_2$	$b_1c_3$	$b_1c_4$			
	$b_2c_1$	$b_2c_2$	$b_2c_3$	$b_2c_4$		
		$b_3c_1$	$b_3c_2$	$b_3c_3$	$b_3c_4$	
$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5 - c_5$	$a_6 - c_6$	

i)  $b_1=1$  のとき

$$\begin{cases} a_1 = c_1 & a_2 = c_2 + b_2c_1 \\ a_3 = c_3 + b_2c_2 + b_3c_1 \\ a_4 = c_4 + b_2c_3 + b_3c_2 \\ a_5 - c_5 = b_2c_4 + b_3c_3 \\ a_6 - c_6 = b_3c_4 \end{cases} \quad \therefore \begin{cases} c_1 = a_1 & c_2 = a_2 - b_2c_1 \\ c_3 = a_3 - b_2c_2 - b_3c_1 \\ c_4 = a_4 - b_2c_3 - b_3c_2 \\ c_5 = a_5 - b_2c_4 - b_3c_3 \\ c_6 = a_6 - b_3c_4 \end{cases}$$

よってA, Bが与えられてQ, Rを求めるには、

$-b_2$	$-b_3$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$
			$-b_2c_1$	$-b_2c_2$	$-b_2c_3$	$-b_2c_4$	
				$-b_3c_1$	$-b_3c_2$	$-b_3c_3$	$-b_3c_4$
		$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$c_5$	$c_6$

書く順序は  $-b_2, -b_3, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, c_1, -b_2c_1, c_2, -b_2c_2, -b_3c_1, c_3, -b_2c_3, -b_3c_2, c_4, -b_2c_4, -b_3c_3, c_5, -b_3c_4, c_6$  です。

(例)  $(2x^5 - 7x^4 + 13x^3 - 9x^2 + x - 2) \div (x^2 - 2x + 3)$

$2$	$-3$	$2$	$-7$	$13$	$-9$	$1$	$-2$
			$4$	$-6$	$2$	$4$	
				$-6$	$9$	$-3$	$-6$
$2$	$-3$	$1$	$2$	$2$	$-8$		

商  $2x^3 - 3x^2 + x + 2$  余り  $2x - 8$

ii)  $b_1 \neq 1$  のとき

$$\begin{cases} a_1 = b_1c_1 \\ a_2 = b_1c_2 + b_2c_1 & a_3 = b_1c_3 + b_2c_2 + b_3c_1 \\ a_4 = b_1c_4 + b_2c_3 + b_3c_2 \\ a_5 - c_5 = b_2c_4 + b_3c_3 & a_6 - c_6 = b_3c_4 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} c_1 = \frac{1}{b_1} \cdot a_1 & c_2 = \frac{1}{b_1} (a_2 - b_2c_1) \\ c_3 = \frac{1}{b_1} (a_3 - b_2c_2 - b_3c_1) \\ c_4 = \frac{1}{b_1} (a_4 - b_2c_3 - b_3c_2) \\ c_5 = a_5 - b_2c_4 - b_3c_3 & c_6 = a_6 - b_3c_4 \end{cases}$$

$-b_2$	$-b_3$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$
			$-b_2c_1$	$-b_2c_2$	$-b_2c_3$	$-b_2c_4$	
				$-b_3c_1$	$-b_3c_2$	$-b_3c_3$	$-b_3c_4$
$b_1$	$b_1c_1$	$b_1c_2$	$b_1c_3$	$b_1c_4$	$c_5$	$c_6$	
	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$			

書く順序は  $-b_2, -b_3, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, b_1, b_1c_1, c_1, -b_2c_1, b_1c_2, c_2, -b_2c_2, -b_3c_1, b_1c_3, c_3, -b_2c_3, -b_3c_2, b_1c_4, c_4, -b_2c_4, -b_3c_3, c_5, -b_3c_4, c_6$  です。

(例)  $(4x^5 - 8x^4 - x^3 + 12x^2 - 3x - 2) \div (2x^2 - x - 3)$

$1$	$3$	$4$	$-8$	$-1$	$12$	$-3$	$-2$
			$2$	$-3$	$1$	$2$	
				$6$	$-9$	$3$	$6$
$2$	$2$	$4$	$-6$	$2$	$4$	$2$	$4$
			$2$	$-3$	$1$	$2$	

商  $2x^3 - 3x^2 + x + 2$  余り  $2x + 4$

(例)  $(2x^5 - x^3 + x^2 - x + 1) \div (2x^3 + 3x + 1)$

$0$	$-3$	$-1$	$2$	$0$	$-1$	$1$	$-1$	$1$
				$0$	$0$	$0$		
					$-3$	$0$	$6$	
						$-1$	$0$	$2$
$2$	$2$	$0$	$-4$	$0$	$5$	$3$		
			$1$	$0$	$-2$			

商  $x^2 - 2$  余り  $5x + 3$

(元 京都府立 洛北高校)