平面幾何の扱いについて

―― 高橋陸男先生のお話から ――

指導要領の改訂により，高等学校数学科に，平面幾何が復活することになりました．そこで，今回は高橋陸男先生に，高等学校における平面幾何の取り扱いについて，いろいろとお聞きしました．

数学的な推論について知ることが大切

今回の平面幾何の導入は，指導要領改訂の際にも，賛否両論があったようですが，高等学校の数学科に平面幾何が取り入れられたことについて，どのようにお考えですか．

(高橋) 数学的な見方や考え方を養うのに，平面幾何における推論の仕方や体系は，格好の教材であると考えられることから，高校数学に平面幾何を取り入れることにはそれなりのメリットが考えられます．

ただし，過去において初等幾何に深入りして，入試などに難問，奇問が出されるようなことのないように留意することが必要でしょう．

例えば，幾何学というとすぐに，ユークリッドの原論が思い浮かぶわけですけれど，原論が永く後世まで標準的な名著として重要視された理由として，次の点が挙げられます．

まず，幾何学の諸知識を整理するにあたって，公理と命題を定め，ある命題を他のいくつかの命題から論理的な帰結として導くというように，幾何学の体系を公理・定理の一貫した美しい系列に組み立てたこと，そして，そのうえで，公理の数をできるだけ少なくしようと努力したことです．

これらの点は，科学的方法そのものとも考えられるし，明確な形で公理系まで遡らないまでも，このような見通しのよい厳密な科学的構成の方法を悟らせることは，将来理科系を専攻する者はもとより，文科系統あるいは，直ちに実社会に進む者にとっても，きわめて意義深いものと考えられます．

また，推論の方法のうち証明法についても，中学校までの直接法だけでなく，背理法や転換法といった間接証明法を，平面幾何では，基礎的な題材に見い出すことができます．例えば，同位角と平行線の関係は背理法を用いる最も素朴なものの１つでしょうし，三角形の角の大小から辺の大小関係を導く方法も，転換法を用いる素朴な例といえます．これらの方法を，馴染みにくい難しい考えと敬遠することなく，ごく自然な考え方として身につけておくことは，むしろ大切なことではないかと思われます．

(たかはし むつお
大阪教育大学名誉教授)

幾何学が具体的で身近な学問であると言われる点については如何ですか．

(高橋) 勿論そうでしょう．例えば，幾何学の発達が，代数学のそれに比較して，非常に先行した原因の１つは，幾何学のかなり広い範囲や複雑な部分の多くが，私達の周囲の具体的な事物の中に，その素材を見い出すことができるからでしょう．事実，幾何学の初等的部分ほど，いたるところ，しかも容易に実際問題に応用して役立つ学問は少ないといえましょう．このように，実際に役立つ幾何学の知識を習得することが，意義深いものであることは当然だといえます．

ただ，ここでも，幾何学の知識，例えば，三角形や円の性質を，単に知ることのみが重要なのではなく，これらの知識を，具体的ないろいろな事柄を科学的に解析したりする際に，おおいに活用できるようにしておくことが大切なので，そういう意味でも，幾何学を学習するにあたっては，「数学的に筋道を立てて正しく考える」という科学的な推論に対する態度を養うことが最も重要で，それに適した教材として幾何学が挙げられるといえましょう．

推論の出発点を明確にし，理論展開は厳密に

今回文部省に提出しました，いわゆる白表紙本では，中学校の復習も兼ねた直線図形の基本性質から入り，続いて，比例と面積，円，軌跡と作図，という展開になりましたが，その中で特に留意されている点はどのようなところでしょうか．

（高橋）　まず，論理的に推論を進める上でも，推論の出発点となる事柄を明らかにしたい，ということでしょう．勿論，公理系まで遡れるのなら，最初にいくつかの事柄を公理として認めることになるのでしょうが，今回はそのようにはいきません．(*)

そこで，中学校での既習事項との兼ね合いも考え，三角形の合同条件や平行線の性質を，深入りしない程度に丁寧に取り上げることにして，これらの事柄をもとに，線分や角の相等及び大小関係についての議論を深めるようにする点に留意されていると思います．

また，これは，これまで編集してきた教科書の編集方針そのものでもあるのですが，直線図形の基本性質に続いて，比例や面積の考えをもとにチェバの定理，メネラウスの定理，そして，円の性質や三角形の五心等と，話を進める際に，これらの定理や性質を導く数学的な推論においても，極力曖昧さの残らぬよう，厳密な理論展開を心がけたということが挙げられるでしょう．

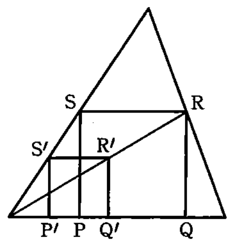
(*)　指導要領の解説書では，公理系までは遡らないことが明示されている．尚，昭和33年発行の数研版教科書「数学Ⅰ幾何編」では，公理として，次の8つの事柄が挙げられている．

1．任意の（異なる）2点を通る直線は1つあって，ただ1つに限る．
2．直線はその上の1点により2つの部分に分けられる．
3．同じ直線上にない3点を通る平面は2つあって，ただ1つに限る．
4．平面上の任意の2点を通る直線は，全くその平面に含まれる．
5．平面はその上の直線により2つの部分に分けられる．
6．直線によって分けられた平面の2つの部分の異なる部分に属する2点を結ぶ線分は，はじめの直線に交わり，同じ部分に属する2点を結ぶ線分は，はじめの直線に交わらない．
7．図形はその形，大きさを変えることなく任意の位置に移すことができる．
8．直線外の1点を通り，その直線に平行な直線はただ1つ存在する．

種々の定理や図形の性質等，教科書で扱われた教材について，今お話がでましたが，指導要領に示されたもう1つの教材である平面上の変換については，編集会議でもだいぶ議論がなされましたが，これについてはどうでしょうか．

（高橋）　そもそも，変換そのものの説明からして，厳密に行うには相当の無理があるように，その取り扱いについてはいろいろな立場から議論が起こるのは当然でしょう．勿論，十分な頁数があれば，丁寧な説明を加えることにより，厳密な理論展開も可能でしょうが，全体の分量を考えるとそれもできません．そこで最終的には，変換の考えの有用性に重点をおき，個々の教材を扱うにあたり，関連する箇所で必要に応じて変換の考えを取り上げる，という展開になったといえます．

すなわち例えば，三角形に内接する正方形の作図が教材として取り上げられていますが，作図問題においては，相似変換の考えが有用な場合がある，というようにです．



まず，正方形 P′Q′R′S′ を作図し，相似変換する．

問題の解決にあたっては柔軟な姿勢で

今回の指導要領の改訂では，従来より必修科目に含まれていた解析幾何が数学Ⅰより外されましたが，この点についてはどのようにお考えですか．

（高橋）　数学Ⅱはほとんどすべての学校で履修されることが予想されますので，あまり心配はいらないとは思います．

解析幾何の考えは，是非とも履修してほしいですね．やはり，座標の概念は非常に大切ですし，これによって，それまで，とても証明が繁雑であったり，推論の過程の見通しが悪かったものが，より明解に理解，把握できるような場合が多いわけですから．

図形の研究にあたって，初等幾何を題材とした推論の体系を知ることも大切ですが，いわゆる初等幾何的な手法の他に，解析幾何的な手法，更に発展的に，複素平面上で図形を考える手法などもあって，これらの考えはいずれも，計量的な三角法による手法とともに，将来理科系を専攻する者にとって，特

に必要不可欠な事柄といえるでしょう．

すなわち，高校生にとって，初等幾何も解析幾何もそれぞれ大切な内容だと思うのですが，実際の問題を解決する際には，初等幾何だけとか，座標の考えだけとか，またはその他の考えだけとか，学習者が１つの考えだけに固まってしまわないように注意する必要があります．例えば，少し複雑な軌跡を求めるときなどは，初等幾何の考えによるより，座標平面上で考えた方がずっと簡単になる場合が少なくありませんし，逆に，三角形の辺と角の大小関係などは中学でも触れられていないので，高校生にそのことを学ばせるためには，従来，三角比の応用として扱うしかなかったわけですが，これなどは，初等幾何による方がずっと分かりやすいのです．このような思考の柔軟性すなわち，問題解決に際して，見通しをもって最も適当な手法は何かを，まず考えるという態度を養っておくことは，幾何の分野だけでなく，とても大切なことです．

ところで，大学入試における平面幾何の扱いはどのようになるのでしょうか．

（高橋） 難しい質問ですね．初等幾何が入ったからといって，かつてのように，難問，奇問が飛び出すのは困ることは勿論で，そのようなことは論外でしょうが，まず第１に平面幾何も含め，数学Ａ，数学Ｂ，数学Ｃは，１つの科目の中で選択するようになっているわけですから，問題そのものより，どのような形式で出題するかという点で，大学側は頭を痛めることになるでしょう．また，出題の内容，程度については，出題する大学側においても，初等幾何が取り上げられた趣旨や意図を正しく汲んで出題してほしいものと，強く要望したいと思います．

勿論，現在，柔軟な思考力や洞察力が問われるような問題が出題されている大学では，平面幾何の問題においても，同様な力が要求されることになるとは思います．そうすると，いろいろな定理や性質をただ知っているだけではだめで，これらの事柄を十分活用できるような力と態度を身につけておく必要があります．それにはやはり，正しい推論の仕方を悟り，また，種々の問題を解決するなどして，いわゆる実力を養っておかなければならないわけです．

最後に，今後の幾何教育のあり方について教えて下さい．

（高橋） これまでは，教科書編集の立場から思うところを述べてきましたが，現在の初等，中等教育の多様化を考えますと，幾何教育に限らず，これが絶対であるという指導内容や，方法が固定されるということは考えられません．したがって，どのような場合にも不可欠である「数学的な見方や考え方」を身につけておくことが最重要で，これらは，21世紀を担う高校生の方々にとって，将来必ずや役立つものといえましょう．そのような意味でも，新しい教科書がその一助となれば，これに勝る幸せはありません．