$\cos\theta$ を活用した授業実践

中出（なかで）　公平（こうへい）

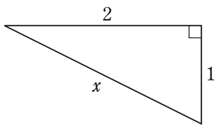
§1. はじめに

学習指導要領が改訂され，日常生活や社会の現象を数学的に表現・処理する技能が求められています。

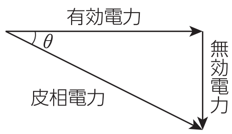
今回，本校電気科で「三角比」の公開授業の機会がありました。余弦定理の活用というと教科書や問題集では測量の問題はよく見かけますが，電気科の授業ということで以下のような授業を実践しました。

§2. 力率について

まず，直角三角形の辺の長さを求める演習を行いました（図１）。交流電源で作られた電力は一般的に，供給される電力（皮相電力）と負荷で消費される電力（有効電力）と消費されない電力（無効電力）の直角三角形のベクトル図で表すことができます（図２）。



（図１）

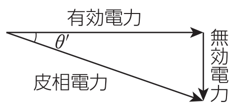


（図２）

ベクトルは未習ですが「矢印は力の向きで，長さが長いほど力が大きいと思ってください。」と簡単に説明し，大きさだけを取り扱って授業を進めました。

地元の電力会社が発電するための設備投資した施設をスライドで紹介し，供給する電力の火力発電と水力発電の割合を円グラフで示しました。そして，原子力発電の再稼働の問題や，水力発電や代替エネルギーの設備を紹介して苦労して作られた電力をどのようにすれば有効活用できるのだろうか生徒に問いかけました。

解決方法の１つとして，無効電力を減らす方法が挙げられます。もし，無効電力が減少すれば，間接的に斜辺にあたる皮相電力を減らすことにつながり，発電量が抑えられます（図３）。



（図３）

当然ながら発電量が抑えられれば，電力を供給するための過大な設備投資やメンテナンス費用を抑制する有効手段となります。私たちの生活では，この消費の割合を数値化して

$$\text{力率}\,(\cos\theta)=\frac{\text{有効電力(消費電力)}}{\text{皮相電力(供給電力)}}$$

で定義し，実際に日常生活で使われている力率割引の話にも触れました。大雑把に言えば交流電源の波が遅れることによって無効電力が発生するので，逆に位相を進ませるように進相コンデンサを設置して無効電力を減らす努力をします。コンデンサは今後の授業のみならず，資格試験や現場作業にも登場するのでその概念を大まかに理解してもらいました。そのほかにも，「力率 $\cos\theta$ を１に近づけるほど電気を有効に使ってますね」とか「$\cos 0^\circ=1$ もこれで覚えるといいかもしれませんね」という話を補足しました。

§3. 余弦の求め方

次に，準備段階として，$\cos\theta$ の表の作成です。すぐに書くことができる生徒とできない生徒の差があるので，「せっかくなので表を見て眺めてください。何か面白く覚えるコツはありませんか。」と意見交換させました。対称性や，鈍角は絶対負の数，$\cos(180^\circ-\theta)=-\cos\theta$ の公式を使ったらいいなどいろいろな意見が出ました。

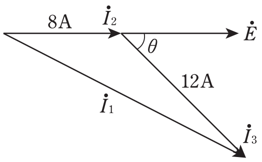
θ	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\cos\theta$									

§4. 余弦定理の活用

そして，余弦定理の演習です。

電気の演習においては３個の電流計と既知の抵抗を用いて交流の電力を測定する三電流計法という考え方があります。

ベクトル図で表すと右図のようになりますが，ベクトルの大きさだけに着目して演習を行いました。



問　$\cos\theta=0.7$ のとき，$|\dot{I}_1|$ を求めよ。

(解)　$|\dot{I}_1|^2=8^2+12^2-2\cdot8\cdot12\cos(180°-\theta)$

$$\cos(180°-\theta)=-\cos\theta$$

であるから

$$|\dot{I}_1|^2=8^2+12^2+2\cdot8\cdot12\cos\theta$$
$$=64+144+192\cdot0.7=342.4$$
$$|\dot{I}_1|=\sqrt{342.4}=18.5\ \mathrm{A}$$

工業系の生徒は関数電卓を持っていますので使用して値を求めてもらいました。

$\cos(180°-\theta)=-\cos\theta$ の有用性を知ってもらうという意味でも良い演習だったかもしれません。

すでに解答した生徒には「$\cos\theta$ の力率を，0.8 や 0.6 の値に変化したらどうなりますか。」と問いかけました。

§5．入試問題の中から

授業のまとめとして，もう1題紹介しました。いろいろな解き方は考えられますが余弦定理の演習には良問だと思います。

問　辺 AB，辺 BC，辺 CA の長さがそれぞれ 12, 11, 10 の三角形 ABC を考える。∠A の二等分線と辺 BC の交点をDとするとき，線分 AD の長さを求めよ。　(2011 京都大 (文))

(解)　△ABC に余弦定理を適用して

$$\cos B=\frac{12^2+11^2-10^2}{2\cdot12\cdot11}=\frac{5}{8}$$

AD は ∠BAC の二等分線であるから

BD：DC＝AB：AC＝6：5 より BD＝6

△ABD に余弦定理を適用して

$$AD^2=12^2+6^2-2\cdot12\cdot6\cos B=90$$

AD＞0 より $AD=3\sqrt{10}$

§6．まとめ

高校の数学に入ると抽象的な概念が増えてきて，日常生活に活かす教材を見つけることに苦労します。題材が見つからなくても，勉強する楽しさをどのように伝え，計算の技術や知識をどのように取得させるかのバランスが大切だと思います。今回公開授業をするにあたって助言をしてくださった工業科の先生や電気科の生徒に感謝します。

《参考文献》

〔1〕　電験三種合格へのはじめの一歩　TAC 出版開発グループ編著

(石川県立羽咋工業高等学校)