

章末課題による教科指導

生徒の興味・関心をひきだすために

くろさわ よしみ
黒沢 義己

1. はじめに
 2. 課題の題目について
 3. 自由課題より
 4. 提出後の処理
 5. アンケート結果
 6. まとめ
- (3) 授業内容を補足する，または，発展させるもの
 - (4) 大学入試問題
 - (5) 問題演習

1. はじめに

かつて，1つの課題を提示し，生徒にそれについてのレポートの提出を求めることを繰り返していたが，昨今言われているような生徒の多様化が進むにつれ，また，総合選抜地区という状況の中で，その度ごとに，この提示法の限界を感じていた．そこで，「1つの課題を提示する」のをやめ，「いくつかの課題」の中から生徒が自分の理解度・興味・関心・進路などによりいくつかを選択する」という方法に変えてみた．生徒が選択するとき，自分の理解度・興味・関心・進路などを考慮し，かつ，自己の数学の力を伸ばすことを意識して，自己の理解度より少し高い内容の課題を選択するように指導するとともに，そうなることを期待して前述のような提示法による“章末課題”を数年前に始めた．ここでは，その中の1つである微分積分における“章末課題”を用いた教科指導の実践例を通して，この教科指導のポイントをまとめてみよう．

2. 課題の題目について

1つの章が終わる頃にいくつかの課題題目を生徒に示し，レポートにして提出するように連絡する．その題目を大まかに分けると，

- (1) 自由課題
- (2) 一般教養的内容

となろう．(1)は，生徒が興味を持ち，調べたり，考えたりしたことをレポートすることを意識した題目である．(2)は，数学史的内容や生徒が興味を持つかもしれない内容である．(3)は，授業よりも少し詳しい内容や，やや複雑な内容，さらに授業時間や生徒の理解の幅が広いために平常の授業では取り扱い難い内容である．(4)は，その章に対応する大学入試問題であり，(5)は，参考書の問題を解くというものである．

例えば，微分法の応用における章末課題は，

- (1) 自由課題（この章の内容で，興味を持ったり，疑問に思っただけを調べたことをまとめよ．）
- (2) 二次曲線の接線の方程式を求めよ．
- (3) 平均値の定理を証明せよ．
- (4) (i) x, y がともに t の関数で微分可能であるとき，次式を証明せよ．

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \bigg/ \frac{dx}{dt}$$

- (ii) 媒介変数 θ で表された曲線

$$x=2(\theta-\sin\theta), \quad y=2(1-\cos\theta)$$

の概形を増減表を作成してかけ．

- (5) (i) x, y がともに t の関数で微分可能であるとき，次式を証明せよ．

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \bigg/ \frac{dx}{dt}$$

- (ii) 次式を示せ．

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \left(\frac{d^2y}{dt^2} \cdot \frac{dx}{dt} - \frac{dy}{dt} \cdot \frac{d^2x}{dt^2} \right) \bigg/ \left(\frac{dx}{dt} \right)^3$$

(6) 大学入試問題 3 題

であった。

(2) については、楕円の接線の方程式を授業中に求めたが、双曲線と放物線の接線の方程式についてはその紹介にとどめ、導きだすことは各自の家庭学習にゆだねた。その確認の意味、すなわち、授業内容の補足としてこの課題を提示した。また、進度や生徒の理解度などを考慮して、授業では平均値の定理を図を用いて、その意味を説明するにとどめた(数研版教科書の新編微分・積分ではこの証明は発展の項にある)。(3)は、その意味で授業の発展としての課題である。(4)と(5)は、かねてから私自身が興味を持っていた問題であり、どの程度の生徒がこの問題にくらいついてくるかを楽しみにして提示した課題である。

以上あげた章末課題は、3年生2クラスの生徒を対象とした課題であり、提出率は97.3%、各課題の提出状況は次の通りであった。

- (1) 自由課題(この章の内容で、興味を持ったり、疑問に思っ調べてたことをまとめよ。) 5.2%
- (2) 二次曲線の接線の方程式を求めよ。 42.3%
- (3) 平均値の定理を証明せよ。 11.3%
- (4) (i) x, y がともに t の関数で微分可能であるとき、次式を証明せよ。

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \bigg/ \frac{dx}{dt}$$

- (ii) 媒介変数 θ で表された曲線

$$x=2(\theta-\sin\theta), y=2(1-\cos\theta)$$

の概形を増減表を作成してかけ。 4.1%

- (5) (i) x, y がともに t の関数で微分可能であるとき、次式を証明せよ。

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \bigg/ \frac{dx}{dt}$$

- (ii) 次式を示せ。

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \left(\frac{d^2y}{dt^2} \cdot \frac{dx}{dt} - \frac{dy}{dt} \cdot \frac{d^2x}{dt^2} \right) \bigg/ \left(\frac{dx}{dt} \right)^3$$

3.1%

(6) 大学入試問題 3 題

34.0%

毎回のレポートの中には力作も相当数あり、特に自由課題の中には目を見張るものも多くあった。

3. 自由課題より

ここでは、微分積分の自由課題の中で興味深いもの

のをいくつかあげてみよう。

- p を正の定数とするとき、 p の n 乗根の極限を調べる。 (3-8 Y.M.)
- 漸化式で与えられた数列の極限が存在するとき、その極限をグラフを用いて求める。 (3-9 K.K.)
- 特性方程式について考える。 (3-8 S.I.)
特性方程式の解が何を表しているかを極限値の存在する範囲で考察していた。
- 連立1次漸化式で与えられる数列の一般項を行列を用いて求める。 (3-9 Y.N.)
この生徒は、この中で行列の対角化について触れていた。
- Gauss について (3-8 K.S.)
授業中に Gauss 記号に触れた際、少し Gauss について紹介したのだが、この生徒は Gauss 自身に興味を持ったようで、Gauss の生涯や業績について詳細に調べていた。
- 隣接2項の2次の漸化式 (3-8 T.K.)
- “ $x \rightarrow \infty$ のとき、 $\sqrt{3x^2+4x+7} - (ax+b) \rightarrow 0$ となる定数 a, b の値を求めよ。” の図形的な意味について (3-8 S.I.)
私は、極限の理解を深める例題としてこの問題を取りあげ、図形的意味については全く触れなかった。しかし、この生徒はこの例題を図形的にとらえ、曲線 $y=\sqrt{3x^2+4x+7}$ の漸近線が、 $y=ax+b$ となることを順序だてて説明づけていた。着想のよさに驚いた。
- 中間値の定理のもう1つの証明 (3-9 S.N.)
この生徒は、いわゆる区間縮小法を用いて、中間値の定理を証明していた。
- $e=1+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\dots+\frac{1}{n!}+\dots$ を示す。 (3-8 T.H.)
授業中、上の式を紹介したおり、証明は大学の教養で学ぶことを告げた。この生徒は e に大変興味を持ったようで、上記以外の e の性質についても触れていた。
- 積分の近似計算法(台形公式とシンプソンの公式) (3-8 T.O.)

- $a \leq x \leq b$ で常に $f(x) \geq g(x)$ のとき

$$\int_a^b f(x) dx \geq \int_a^b g(x) dx$$

を証明する。 (3-9 K.I.)

授業中では、この命題を図を用いて説明したが、この生徒は代数的に証明していた。力作であった。

- パップス・ギュルダンの定理について (3-8 K.H.)

4. 提出後の処理

生徒から提出のあったレポートは点検後、“よくできている”，“興味深い”，“着想が面白い”などの点からいくつかを取り出し、その章の重要事項とともにまとめ直し、プリント（このプリントを“章末整理・発展プリント”と名づけた）にして生徒に配布した。また、必要に応じ、そのプリントの一部に説明を加え、その章の基本事項の点検と発展事項の紹介に活用した。また、このプリントの中で生徒が興味のあるところを、家庭学習で見直したとき独学ができるように、生徒のレポートの配列や基礎事項の挿入にいろいろと工夫を凝らした。

5. アンケート結果

“2. 課題の題目について”の例の対象生徒（3年2クラス）に、学年末に計5回の課題とそれに伴う章末整理・発展プリントに対してのアンケートを実施した。結果をあげると

- I. 性別 (1) 男 91.4% (2) 女 8.6%
- II. 章末課題がその章の内容を深めるのに役立ったと思いますか。
- | | |
|-------------|-------|
| (1) 大変役立った | 25.9% |
| (2) 役立った | 65.5% |
| (3) 何とも言えない | 8.6% |
- III. 章末課題の取り組みについて
- | | |
|---------------------|-------|
| (1) 大変興味を持って取り組んだ | 8.6% |
| (2) 興味を持って取り組んだ | 48.3% |
| (3) 何とも言えない | 32.8% |
| (4) あまり積極的に取り組まなかった | 10.3% |
- IV. 章末課題の内容は
- | | |
|-------------|-------|
| (1) 大変難しかった | 24.1% |
| (2) 難しかった | 44.8% |
| (3) 適当であった | 31.1% |

- | | |
|------------|------|
| (4) やさしかった | 0.0% |
|------------|------|

V. “章末整理・発展プリント”をみて

- | | |
|---------------------|-------|
| (1) 興味を持ったところが多くあった | 10.3% |
| (2) 興味を持ったところがあった | 72.4% |
| (3) 何も感じなかった | 17.3% |

VI. “章末整理・発展プリント”を授業以外（自宅等）で

- | | |
|----------------|-------|
| (1) 詳細に目を通した | 3.4% |
| (2) だいたい目を通した | 63.8% |
| (3) 少し目を通した | 25.8% |
| (4) 全く目を通さなかった | 7.0% |

VII. 章末課題をさらに有意義なものとするために改良すべきであると思うところがあれば書いてください。

- 公式なども扱っては？ (3-8 K.N.)
- 今まで自分が解いた問題やみんなが分かり難い問題を“章末整理・発展プリント”にのせてはどうでしょうか。 (3-9 T.M.)
- これは生徒の問題ですが、自分にとって解けないと思えるテーマに挑戦するのが大切だと思います。 (3-8 T.H.)

など

6. まとめ

生徒のアンケートIIIの結果からも、この章末課題は、生徒が数学に興味を持って取り組むための状況作りという点で、ある程度成果があったと評価できよう。また、章末整理・発展プリントを“4. 提出後の処理”で述べたように、生徒に授業時に配布したものの、その内容についての詳細な説明はほとんどできず、いくつかをトピック的に扱う程度であった。それは、生徒がこのプリントの興味ある内容に対して自宅学習するときの導火線になる可能性を残すことを意識して実施したが、正直なところ、それほど期待できないことだと考えていた。ところが、毎年のアンケートのVIの結果を見るとたえず高率を示していることから、生徒は、程度の差はあれ、友達のレポートに興味を持ち、そのいくつかに分なりに取り組んだことが十分うかがえ私の予想は完全に覆された（先にあげた“5. アンケート結果”のVIで、授業以外でプリントに目を通したが93%に昇っているが、この値は、私がここ数年取り組んだ中でも最も高率であった）。私は、この“章末整理・発展

プリント”を初めのうちはテーマごとにまとめているが、しばらく後からは教科書の節ごとにまとめるように変更した。変更後は、以前と比べて授業以外でプリントに目を通す生徒の比率が高くなったことから、このまとめ方のほうが、生徒にとって利用しやすかったとみえる。

また、毎回生徒の積極的な取り組みを感じさせるレポートが相当数あり、とりわけ、自由課題の中には力作もかなりあった(3. 自由課題より参照)。

それも、授業中にさりげなく紹介したことなどに生徒は興味を示し、よく考え、発展させているのには、ただただ驚くばかりである。さらに、それらの中には、私自身が興味をそそられたり、教えられたりするものもあり、私にとって毎回のレポートの点検が、画一的な課題を提示していた頃に比べ数倍楽しみなものに変わってきた。さらに、この試みを始めるようになって、当然のことではあるが、生徒の興味は本当にさまざまであるということを実感した。そして、日頃の授業中からはつかむことが難しい一人一人の生徒の興味に、その人のレポートを通して触れることができ、また、それが授業の導入や展開のヒントになったり、授業以外での個別指導に生きることもたびたびあった。このように、この試みは私自身にとっても、当初考えてもいなかった大きなメリットをもたらした。

しかし、この試みは以上にあげたようなよい成果だけを残したのではない。例えば

*レポートの点検と“章末整理・発展プリント”の作成に多くの時間がかかること

*多くの生徒に対応しうるテーマの設定

*少しずつ減りつつはあるが、後をたたない不誠実なレポート

などが今後の課題であろう。この中でも、最大の課題は“多くの生徒に対応しうるテーマの設定”であろう。そして、これこそがこの試みのキーポイントであり、また、この試みの中で、教師自身がイニシアティブをとることのできるただ1つの点である。私はこの試みにおけるテーマの設定のとき

- 授業中の講義の中で私が興味を覚えたもの
- 生徒の発表や板書、テストの誤答の中で興味深いもの、発展的なもの
- 教授資料の解説や発展

などを参考にしてきた。しかし、毎回“多くの生徒に対応しうるテーマの設定”を目指すのだが、一回たりとも実現したと感ずることはなく、その度ごとにテーマ設定の難しさを痛感してきた。そして今、この望むべきテーマの設定は、一朝一夕になされるものでなく、日頃から教師自身が教材に対する理解を広め、また、深める中から生まれてくるものであると感ずている。すなわち、月並みではあるが、“教材研究の質を高める”ことの重要性をこの取り組みを繰り返す中で再確認することになったのである。

(兵庫県立明石北高等学校)

