

数学指導の具体例 — 桐蔭学園高校の場合 —

学校情報部 次長 もちまる 持丸 けんいち 健一
数楽研究会 顧問 おがわ 小川 すすむ 進

はじめに

桐蔭学園高校では「単に授業で数学を教える」という既成の枠組にとらわれることなく、様々な角度から数学教育に取り組んできた。本稿では、その多彩な教育活動のなかから、特に

I. 教育ソフト・ライブラリー・システムによる自主学習の指導

II. 数楽研究会の成り立ちと、そこでの生徒達の活動の様子

という2つの具体例について紹介していきたい。

I. 教育ソフト・ライブラリー・システムの紹介

このシステムは、生徒の自主学習を助長する目的で開発され、後にくわしく述べるような3種類のソフトから構成されている。つまり

- (1) VAI (Video Assisted Instruction —ビデオを利用した個人学習用のソフト)
- (2) CAI (Computer Assisted Instruction —パソコンによる個人学習用のソフト)
- (3) CAI & VAI (パソコンとビデオを連動させた個人学習用のソフト)

の3種類である。これらのソフトには、教員が黒板を使って授業する様子がそのままビデオ化されていたり (VAI), 黒板等の教具では表現しにくい内容がカラフルに映像化されており (CAI), 更にそれらを交互に見ながら理解を深めていくことも可能である (CAI & VAI)。

本校では、これらのソフトを、校内各所にある自習用の「スタディールーム」に備え、ちょうど図書館

で本を閲覧するようにしてソフトの利用ができる。生徒達は放課後になると、自分のかかえる疑問や課題を解決してくれる教材を一覧表冊子の中からみつけ、それを借りて「スタディールーム」のビデオデッキやパソコンに向かうのである。生徒達からは、放課後以外にも開館してほしいとか、テープの貸し出しやダビング等もさせてほしいとかいった希望が出されている。しかし、これには問題点もあり、今後の課題となっている。

以上が、本校の「教育ソフト・ライブラリー・システム」の概要である。以下ではよりくわしく個々のソフトについて述べていこう。

(1) VAI (ビデオ・ソフト) について

「全ての教員が教育ソフトの作成に参加できるようにしたい」という考えから生まれたシステムで、S-VHS が市場に出て黒板の文字が鮮明に撮影できるようにしてから本格的に始めた。

数学では教科書傍用問題集の中で、特に生徒の質問の多い問題の解説や難解な概念に関するわかりやすい解説、そして大学入試問題解説などを収録してある。また、他教科では実験等映像による方が教育効果が上がる内容のものもある。

現在、数学で120種程、全教科で500種程のビデオソフトがあり、4本ずつダビングして (複数のビデオを同時にダビングできる機器を購入してある)、男子部と女子部に2本ずつ置いてある。

このソフトの利点は次の通りである。

- ① 音声と映像が加わるので学習しやすい。
- ② 教師の個性がよく生かされていて、人間味のあるソフトを作ることができる。

- ③ スローラーナーでも、噛み砕いた説明を繰り返し再生して聴くことができる。
- ④ 内容の改善が容易で、生徒の希望にすぐ対応できる。

(2) CAI (パソコン・ソフト) について

プログラミングに慣れた一部の教員と本校の生徒が作るパソコン画面を最大限に生かした学習ソフトで、教育現場で黒板等には容易に表現できない分野(複雑な絵や図形の表示とかその配置替え等)を生徒に明快に表現する。CAIの問題点は、すべての教員が参加できない、開発のために膨大な時間を要するという点だが、本校ではその欠点を補うため、生徒も参加させている。生徒は理数科の課題研究として作成したり、また、数楽研究会や電算機同好会などのクラブ活動の一貫として作成している。

(3) CAI & VAI (パソコンとビデオを連動させたソフト) について

(1)と(2)の利点を合わせ持ったシステムで、ドリル学習や図形表示などの場面ではパソコンが、パソコンでは解説しにくい場面ではビデオが主役を演ずる。具体的に例をあげよう。まずパソコンで数学I「式の計算」の問題をヒントキーや別冊子を参考にして解答していく(CAI)。しかし、例えば組立除法や互除法など概念が難しい分野にさしかかると、希望によりパソコン画面からビデオ画面に変わる。パソコン制御によって(テープの早送り・巻戻しに時間はかかるが)、ビデオテープの必要な部分が検索され、希望の教材画面が写し出される(VAI)。

以上のようなシステムを他校の先生方にも見ていただくとうと、平成元年11月4日、神奈川県の中・高の先生方を御招待して発表会をもった。連絡総数が680校、うち出欠の連絡があったのが254校で、出席は68校110名であった。本校の教員や生徒の作成したCAIやVAI、そしてその規模等に対する関心の高さに、こちらが驚かされるほどであった。

本校では、真に生徒の学習効果を高める教育ソフトの発展を願って、平成2年11月頃に、今度は全国的な規模でシンポジウムと発表会を開く予定です。パソコンとビデオを使用した教育システムに関心のある先生方は是非御参加して頂きたいと存じます。

(学校情報部次長 持丸健一)

II 数楽研究会の紹介

数楽研究会の創設

研究会を創設して、女子部で6年目、男子部で4年目になります。その前まで、数学嫌いの生徒を少しでも減らしたい、数学の面白さをわからせたいと思っていました。

授業では、パズルや工作、面白い話題を考え実践してきました。教科書プラス α の授業は確かに手応えがありました。単に、教科書の内容に入るより、まず目の前に、面白い問題、パズル的な問題、印象深い問題、インパクトの強い問題などを与えると、かなり目の色を変え真剣に考えるようです。そしてその後、教科書の内容に引きずり込むのも、確かに良い方法かとは思いますが、しかし、限られた時間内でのプラス α では、数学の醍醐味を味わってもらうにはやはり不十分に思えました。そこで、時間に制限されないで、もっともっと研究したり、遊んだりできる方法はないかと考えたのです。そしてそれにはやはり、研究会をつくるしかないぞと思ったのでした。

授業でPRしたので、入部した生徒は女子高1の11名、中学生18名でした。そして、当初の数楽研究会の目標を

- (1) 身近にある数理的な題材を見つける。
- (2) 問題のモデルを考える。
- (3) 原理を調べる。
- (4) 原理を満たすパズルを作る。
- (5) パズルを出題し楽しむ。

とすることにしました。

文化祭にも参加する

文化祭に参加するため、まずはパズルの制作にかかりました。昔から知られているパズルの紹介は大切であると考え、サムロイド、デュードニーから現在にいたるまでいろいろ調べ、数理的な題材でしかも生徒が手作りできる作品を選び、生徒に提案しました。色工作用紙・テープ・ハサミ・ヒモ・色紙・板・レーザー等は、数楽研究会の必需品で、かなり大量に買い込み、作品をひとつひとつ丁寧に作りました。

1年目のときは、9月のテスト後毎日夜8時頃まで活動し、手作り作品を作りました。ひとつひとつ時間をかけてしかも教師と一緒に作る作業は実に良いものです。授業では見られない生徒の部分、また授業では展開できない部分もここではゆったりとできます。数学嫌いの生徒も、やさしい遊びから入れば必ず理解できるはずと実感しました。

手を使って作りそして遊ぶことで、生徒はいろいろなことを考えます。別に方程式を解くわけではないので、パズルを解くという印象が強いのですが、調べていくにしたがって、時には、方程式や三角関数なども必要になってきます。この、必要から（また、研究から）でてくる数学というのが大切なのです。ですからここで、「学習する」ことを体験をするわけです。

男子部の数楽研究会

男子部ではさらに発展していきました。研究会の目標として

数楽研究会の建会の精神

自然・科学・数学を3Qして楽しむ。

3Qとは、Questionを基本として、研究・追求・普及を象徴します。

を掲げ、活発に活動しています。現在高3は11名、高1は6名です。

活動内容も、以下の3つと大きくなりました。

- A. 個人研究（各自の好きなテーマ）
- B. 文化祭時の作品研究
- C. CAI 開発（学園祭に参加）

それぞれの活動をちょっとのぞいてみましょう。

A. ベル方程式について研究している生徒、暗号の歴史・使途などあらゆることを調べている生徒、マッチ棒のパズルを調べている生徒、コンピューターで音楽や音を調べている生徒など、いろいろ研究し遊んでいます。中には、しゃべって終わりの生徒もいるにしても、2年の終わり頃から殆ど毎日数学研究室に来て研究しているのは凄いと思っています。高3になっても、受験は受験で区別し、よく研究しています。

B. 毎年同じパズルも展示していますが、必ず新しいテーマのもとで新しいパズルを作っています。古くなったもの、壊れているものはよりいいものを作るようにしています。このようにしてたまったパズルは数楽研究会の財産です。民間の数学教育研究会に生徒のパズル作品を出展したときにも、多くの教師・父母・子供等に遊んでもらいました。その時の反響は凄かったです。一度手に取ったらもう30分は動けない、パズルの虜になってしまったからです。実際どのパズルも1時間でできるものは少ないのです。

また、数楽研究会では、文化祭のたびに1題面白い問題を出題します。チラシに印刷して配布するので、チラシ問題と言っています。例えば

女子 87年度……ドーナツ3回切り問題

ドーナツを包丁で3回だけ使って切ったとき、最大何個に分割できますか。

男子 88年度……マッチ棒問題

どこの繋ぎ目も3つのマッチ棒がある図形で最小の本数の平面図形を求めてください。

この問題を一般の方にも挑戦してもらっています。

C. 数学の問題の中には計算機を利用した方がより理解し易いものがあります。そこで、特に大学入試問題から図形問題で動きのある問題を選んで、CAI用としてソフトの開発をしています。計算機は、高速計算はもとより、乱数やシミュレーションが得意で、早く正確にしかも綺麗に結果を出してくれます。例えば、1次変換の点の流れ、曲線上の点の動き（サイクロイド）、線分の移動（ねじれの位置にある線分の回転）、そして確率の乱数をつかった模擬実験のグラフ化など、利用の仕方は幾らでもできます。生徒は雪だるま式に楽しみながら開発します。

生徒たちが作ったパズル作品の紹介

さて、最後に、生徒たちが作ったパズル作品のなかから

1. 油分け算
2. 裏返しパズル
3. ベントミノ・積木（平面・立体）
4. 知恵の輪

の4つを紹介して稿をしめくりたいと思います。

1. 油分け算

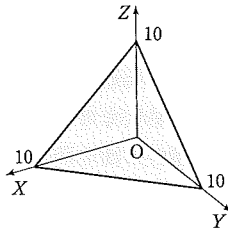


吉田光由の著「塵劫記」(1631) にもっている問題で「斗桶 (とおけ) に油 1 斗 (10 升) ある。これを 7 升ますと 3 升ますの 2 つだけを用いて、5 升ずつに等分してほしい」というのがあります。これを「油分け算」と言っております。高校の数学を利用してみると説明がすっきりとできます。

10 升ますを X , 7 升ますを Y , 3 升ますを Z とおくと、問題文から

$$\begin{cases} X + Y + Z = 10 \\ 0 \leq X \leq 10 \\ 0 \leq Y \leq 7 \\ 0 \leq Z \leq 3 \end{cases}$$

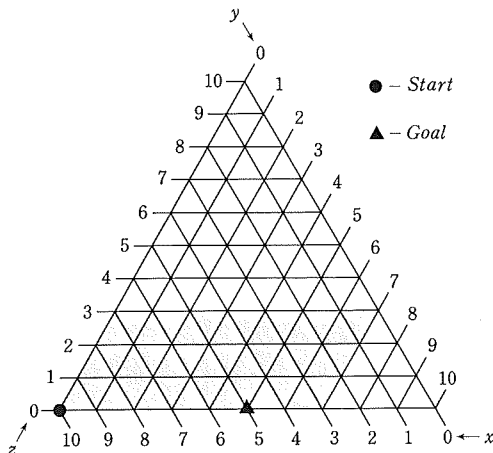
X, Y, Z は整数



という式で条件を表すことができます。

平面上の格子点を平面にかいたのが、下の図で、●から始めて▲まで、影をつけてある部分を、線を選んですすめれば良いのです。

最少手数も発見できます。面白い教材です。

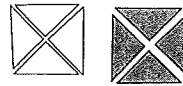


2. 裏返しパズル

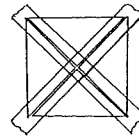
裏返しパズルは、円柱の側面を、折り目をいくつかつけることによって裏返そうという試みから発展したものです。硬い紙の円柱なら明らかに不可能で、柔らかい紙の円柱なら明らかに可能ですが、その中間として、硬い紙で折り目をつけた角柱だと、上手に工夫することで裏返せるというものです。他に柔軟筒とも呼ばれます。中学や高校の 1 時間につくらせて、裏返しパズルに挑戦させるには手頃な問題です。今や、デパートで売っていることもあるでしょうが、自分でつくることが何よりも大切だと思います。文化祭での人気は抜群でした。

(作り方)

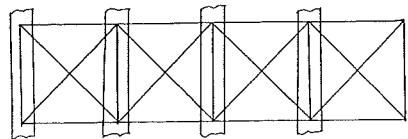
- ① 正方形を各色 4 枚ずつ切ります。
- ② それぞれ、正方形を対角線に沿って切ります。



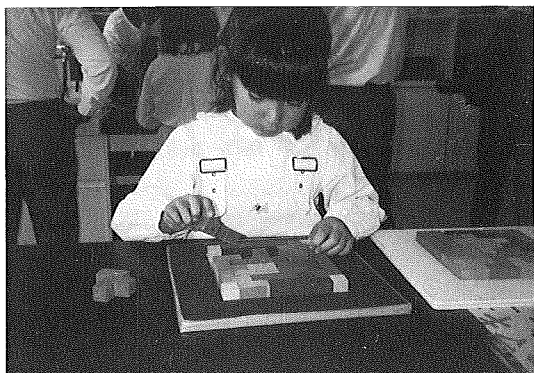
- ③ すきまを開けて、テープで止めます。ちがう色どおしの正方形を合わせて、止めて下さい。



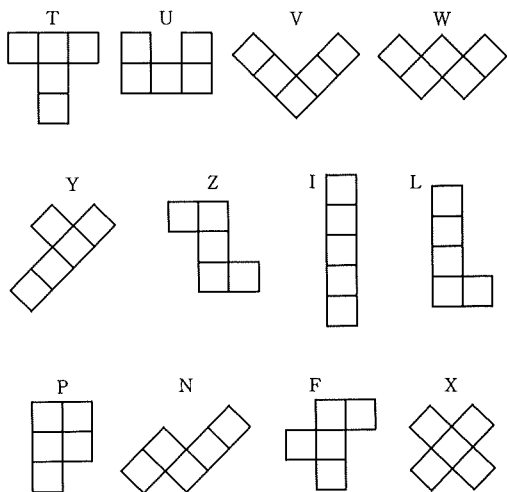
- ④ 4 枚をつなぎ合わせて下さい。



3. ペントミノ・積木 (平面・立体)



正方形を5つ使ってできるブロックには12種類あります。



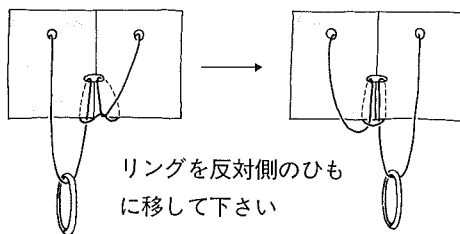
これをペントミノ（ゴロムが名づけた）といいます。厚みをつけ、5つの立方体を使うことにより立体版もつくれます。これらを使っていろいろな立体を組み立てるのが実に面白く大変なのです。たとえば、平面では 2×30 , 3×20 , 4×15 , 5×12 , 6×10 の長方形を、立体では $2 \times 5 \times 6$, $3 \times 4 \times 5$ の直方体を組み立てるのです。1時間で1つ完成したら、それは大変です。

また、長方形や直方体に限らず、生徒の好きな形をつくらせることで、いろいろ発展していきます。さらに、計算機教材としても最適です。このパズルにもさまざまな発展があります。

4. 知恵の輪

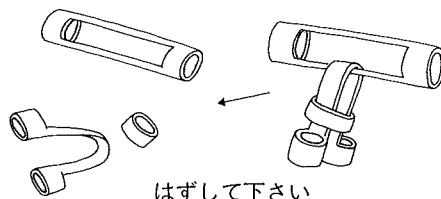
知識や機知によって咄嗟に答えをあてるものがクイズであるのに対し、頭を使ってあれこれ考えて解くものがパズルです。そのパズルの代表格はやはり知恵の輪でしょう。一見しただけでは不可能そうなことが、その周辺や材質や仕組みを考えると可能になるのです。その方法を見つけるのが数理的で楽しいと思います。このパズルも文化祭では評判が良いです。大人も子供も、うまくいかない人は、まちがいなく30分はクギづけです。

④ アフリカンボール



リングを反対側のひもに移して下さい

④ ホースパズル



はずして下さい

(これはビニールホースでつくります)



写真は文化祭のときに撮ったものです。

(数楽研究会顧問 小川 進)