素朴に解く

松田（まつだ） 康雄（やすお）

数学Ⅰの三角比の章や基礎解析の三角関数の章では，新しい公式がたくさん出てきます．そして，それらの公式の習熟に力点を置くあまり，どの問題にどの公式をどう使って解くかを教え込むことに終始するきらいがあります．幾何学の本来の目的である，図を見て素朴に考える，といったことを忘れがちになるようです．

本稿では，その反省を踏まえ，いくつかの問題を，余弦定理や加法定理などの新しい公式を使わずに解いてみました．問題は，数研出版の教科書「新編 数学Ⅰ」，「基礎解析」の中から選びました．

> $b=2$，$c=3$，$A=60^\circ$ のとき a を求めよ．
> （「新編 数学Ⅰ」$p.186$ 例 9 (1)）

余弦定理より

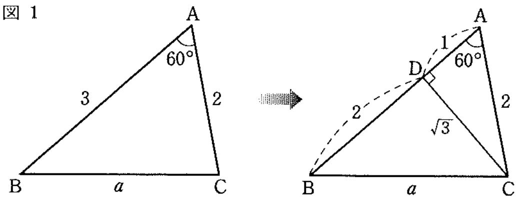
$$a^2=2^2+3^2-2\cdot2\cdot3\cdot\cos60^\circ=7 \quad \therefore\ a=\sqrt{7}$$

として解けるが，図1のように，頂点Cから対辺 AB に垂線 CD を下ろすと，△ACD において，AD=1，CD=$\sqrt{3}$ であることがわかるので，△BCD において三平方の定理から

$$a=\sqrt{2^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{7}$$

が示される．

図 1



> $a=\sqrt{6}$，$b=2$，$c=1+\sqrt{3}$ のとき，三角形 ABC を解け．（「新編 数学Ⅰ」$p.187$ 例題 1）

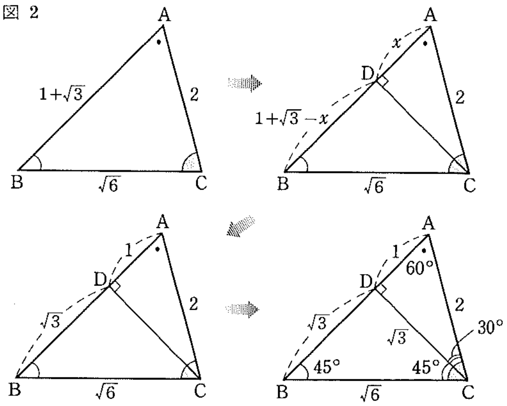
これも，余弦定理を使って解ける．ここでは，図2右上のように，頂点Cから対辺 AB に垂線 CD を下ろし，AD=x とおく．点Dが線分 AB 上にあるとき，BD=$1+\sqrt{3}-x$ で，線分 AB 上にないとき，BD=$1+\sqrt{3}+x$ となる．△ACD と △BCD において三平方の定理から

$$CD^2=4-x^2=6-\{(1+\sqrt{3})\pm x\}^2$$

$$\pm2(1+\sqrt{3})x=2+2\sqrt{3}$$

$x>0$ であるから $x=1$ で，Dは線分 AB 上にある．したがって，図2下から，$A=60^\circ$，$B=45^\circ$，$C=75^\circ$ となる．

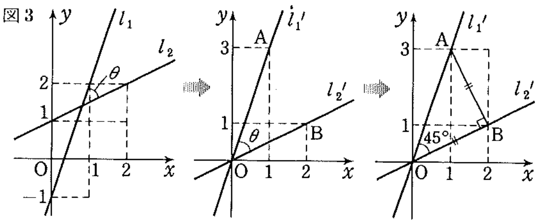
図 2



> 2直線 l_1：$y=3x-1$，l_2：$y=\frac{1}{2}x+1$ のなす鋭角 θ を求めよ．（「基礎解析」$p.29$ 例題 3）

ここでは，l_1，l_2 の交点が原点になるように平行移動し，図3中のようにおく．l_1' 上の点 A(1, 3) から，l_2' へ下ろした垂線の足は B(2, 1) とおける．OB=AB なので，$\theta=45^\circ$ であることがいえる．

図3



新しい公式を使って問題を解いたあと，もう一度振り返って，その公式を使わないで（素朴に）解くことは，遠まわりになることも多いのですが，

1．問題の解き方は唯一つとは限らないことを知る．
2．図をしっかり見て考える習慣をつける．

といった利点があると思います．

公式主義に陥りやすい自分の授業に対する自戒をこめて，この拙文を書かせていただきました．

（福岡県立門司北高等学校）