

数学の授業のなかのコンピュータ

きっかわ まこと
橋川 孚

1 はじめに

高校数学のなかにコンピュータが登場したのは、昭和45年に公示された前の教育課程からのことである。東北のキリスト教主義の普通科のみの女子高校である我校の数学の授業にも、この時からコンピュータが入ってくるようになった。以来十数年の間数学科教員の努力と学内の協力によって、また宮城県の数学の教員の研究グループの励ましによって、我校の授業は続けられてきた。今日の社会へのコンピュータの浸透ぶりを見ると、教育の立場でのコンピュータの扱いは、ますますその重要性を増してきている。ここで我々のささやかな経験を述べることも意味があろうと考え、つたないものではあるが、我校の数学の授業のなかのコンピュータを紹介する。

2 授業とコンピュータ

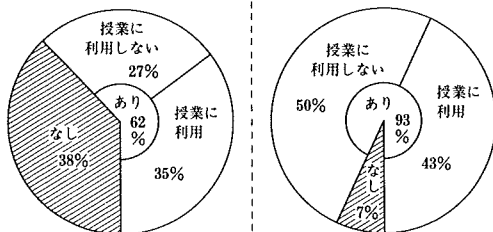
(1) 教育の現場で

ここに2つの全国的なアンケート調査の結果がある。現在の指導要領が公示された頃の8年前と今の高校教員の意見である。

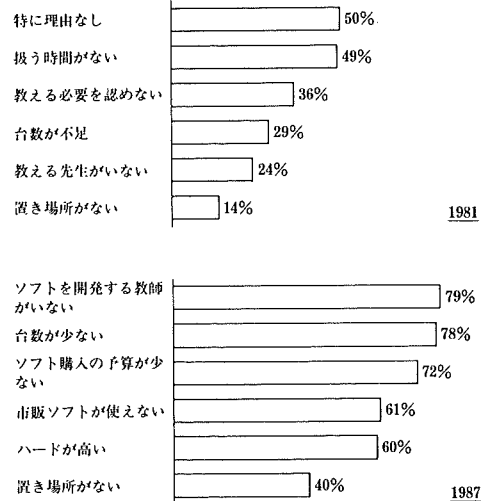
図1

全国高等学校のコンピュータ設置状況とその授業への利用

1981 私学全国大会発表資料 1987 CEC 調査報告書
より (回答数 312 校) 1987 CEC 調査報告書
より (回答数 447 校)



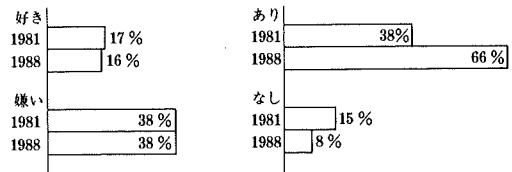
(利用しない理由)



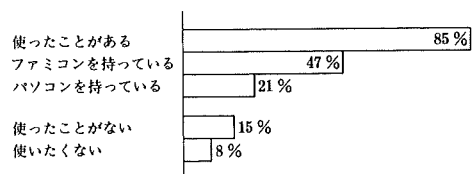
ちなみに同じ時期に我校の1年生全員に対する調査があるので紹介する。

図2 数学とコンピュータの興味の調査

① あなたは数学が好き ② コンピュータに興味がありますか



③ コンピュータを使ったことがありますか (1988)



(322名 (高1 全員))
回収率 87.5%

この8年間に生徒の意識は大きく変わり、最近では女子高生でも47%がゲーム用のファミコンを持つ時代となった。高校へのコンピュータ設置は大幅に増え、ほとんどの学校に備えられている。授業への利用はそれに比べ多くはなっていないが、教師のコンピュータを授業へ利用しない理由も、何となしに気後れがしたり、必要がないと力んでいる姿から、教材となるソフトに悩む姿へと変わってきている。授業の環境と、教材を作る言語の問題がととのえば、コンピュータは教室のなかで市民権を得ることができるであろう。

(2) 環境と言語—我校の2つの選択

我々の学校でまがりなりにも現在の様な数学の授業のなかでのコンピュータの利用が可能になるまでには、2つの大きな選択があった。1つは教科としての方向を定めたこと。もう1つは利用する言語として APL (A Programming Language) を選んだことである。

コンピュータを数学の正規の授業のなかに持ち込むには、学内での皆の承認がいる。昭和47年当時我校の数学科教員の間では意見が二分していた。数学の授業の内容を豊かにするためコンピュータを取り入れようとする意見と、より基礎的な数学の理解のために時間をういた方がよいとする見解である。そこで新入生に対し、6月半ばの中間考査までの32時間の数学の時間中8時間をコンピュータに割くクラスを設け比較することになった。生徒の不利益にならない様に遅れを取り戻せる時期を選んでのことである。入試と中間考査の成績を用いての比較であったが、結果は成績に関しては差がみられなかった。討論の末に、次の世代を担う高校生の未来のために、数学の正規の授業の中で扱われることになった。この姿勢が現在の我々の授業を支えているのである。

我々のもう1つの大きな選択は、指導要領が現行のものとなり、数学のカリキュラムが変わったときに、10年間続いた FORTRAN を用いる授業から APL を用いる授業への転換である。FORTRAN の授業は生徒にも好評で内容も次第に精選されてきて安定した授業であったが、数学の授業としては言語の習得に時間がかかりすぎ、校外での実習にも問題がないわけではなかった。数学の教師としては、授業のなかで自然な利用ができ、言語の習得の時間が

少なくすみ、生徒にも教師にも負担の軽い言語が望ましかった。丁度宮城県の他高校の先生方と共に、APL を学ぶ機会があった我々は、数学の表記法から出発した APL が、授業のなかでの自然な利用が期待できる我々の求める言語と感じられた。当時はパソコンが市場に出はじめ BASIC が流行のきざしを見せていたが、FORTRAN とロジックの等しい BASIC を教室に持ちこむことは、我々にとって容易なことではあっても、数学の授業を考えると、APL は他言語に比べ、より望ましいものと考えられた。APL への転換は我々にとっては、10年来の授業の実績を捨てた新しい出発を意味していたが、現在の数値計算とグラフィックスに数式処理の利用を加えた授業を可能にし、将来の展望を明るくしているのである。

(3) 現在の設備と授業内容

我校の現状は、数学教室に IBMJX 5 が15台ネットワークでつながれていて、1クラスが3人に1台の割で使用できる様になっている。さらに教師の提示用に IBM の5120にグラフィックディスプレイと拡大用の26インチカラーテレビ及び21インチカラーモニターが接続され、ビデオも使用が可能である。またカラープリンターでの出力も可能である。数学の授業でのコンピュータの利用は、次の表の様になっている。

学年	科目(時間)	学習内容(テキスト)
1年	数学 I (2h+)	コンピュータ概説:デモと実習(0と1—図説コンピュータ入門:尚綱高作成) 数式処理システム APLMath による因数分解の演習
2年	基礎解析(随時)	グラフィックスによる関数のグラフの提示, APL を用いた解説(Computer Assisted Mathematics—基礎解析編:宮城県数学会電算グループ編集発行)
3年	代数・幾何(随時) 数学II(随時)	グラフィックスによる一次変換等の概念の解説提示(テキストなし)統計の分野等での APL を用いた演習(テキストなし)
	選択: 計算機(70h)	APL 言語の学習・グラフィックスの作成(APL テキスト:宮城県数学会電算グループ編集発行 Graphics in APL:尚綱高作成)

上記の選択：計算機は、他教科との選択で、週2時間の授業で我校独自のものである。なお1年生では毎年親子のコンピュータセンター見学会がある。

3 数学の授業のなかで

ここに実際の授業のなかで行われた若干の例を紹介する。

(1) 数学 I のコンピュータ概説

新入生全員に我校の設備を紹介し、後々の利用のためにコンピュータのガイダンスを行うもので、ビデオ「コンピュータ」を見てから、APLを用いてコンピュータの速さ、記憶、演算等をキーボードの操作練習を兼ねて実際に試してみる。

例1 1から10までの自然数列を用いて

```

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
      ↑
      10
      A←10
      A×A
1.4 9 16 25 36 49 64 81 100
      +/A
55

```

APLは高い能力を持った言語で、関数記号ι(イオタ)で自然数列を発生させることができ、コンピュータのスピードを実感させ、また演算能力を示す格好な材料で生徒達はι1000とかι10000とかを欲張って入力しては楽しんでいる。+/AはAの和である。

(2) 因数分解の演算

今年始めて実行することができたのが、演習としてAPLMathを用いた因数分解である。数式処理システムAPLMathは、我々の宮城県の数学部会の電子計算機研修グループで共同で開発を試みているもので、プログラムはメンバーの宮城県古川高等学校星光昭教諭作成のものに、我校で因数分解の検算と運用の部分をつけ加えたものである。生徒は皆始めて触れる機械なので、電源を入れると自動的に立ち上がりプログラムをロードして、PFキーを押すと因数分解の関数が実行される。次はその例である。

例2 因数分解演習の画面

```

INSUBUNKAI
【因数分解の演習】

```

因数分解の問題を解いてみましょう

問題や答の入力の説明はありますか？
 ... 必要なとき Y いらぬ時 H と入力し改行して下さい
 N

```

問題      X*2-1
答        (X-1)(X+1)
          ...正解です。よく出来ました。次の問題へ
問題      X*3-1
答        (X-1)(X*2+2X+1)
          * ??? ...誤答です。もう一度計算しましょう
答        (X+1)(X*2+X+1)
          * ??? ...誤答です。もう一度計算しましょう
答        (X-1)(X*2-X-1)
          ...もう一度 入力しなおして下さい
答        (X-1)(X*2-X-1)
          * ??? ...誤答です。もう一度計算しましょう
          続けて問題を解きたいときは H と入力して下さい
          公式の説明を知りたいときは Y と入力して下さい
          公式を見たいときは K と入力して下さい

```

K
 【因数分解の公式】

- [1] $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$
- $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$
- [2] $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
- [3] $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$
- [4] $acx^2 + (ad+bc)x + bd = (ax+b)(cx+d)$
- [5] $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
- $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

公式の説明を見たいとき 公式の番号を入力して下さい
 続けて問題を解きたいときは H と入力して下さい
 公式を見たいときは S と入力して下さい
 演習を終了したいときは S と入力して下さい

...入力が終わったら改行キーを押して下さい

3
 【公式の説明】

- [3] $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$

***** 教科書16ページを見て下さい

続けて問題を解きたいときは H と入力して下さい
 公式を見たいときは K と入力して下さい
 演習を終了したいときは S と入力して下さい

H

```

問題      X*3-1
答        (X-1)(X*2+X+1)
          * ??? ...誤答です。もう一度計算しましょう
答        (X-1)(X*2+X-1)
          * ??? ...誤答です。もう一度計算しましょう
          続けて問題を解きたいときは H と入力して下さい
          公式を見たいときは K と入力して下さい
          正解を知りたいときは C と入力して下さい

```

C

正解 X*3-1 = (X-1)(X*2+X+1)

続けて問題を解きたいときは H と入力して下さい
 演習を終了したいときは S と入力して下さい

S

【因数分解の演習】 終了

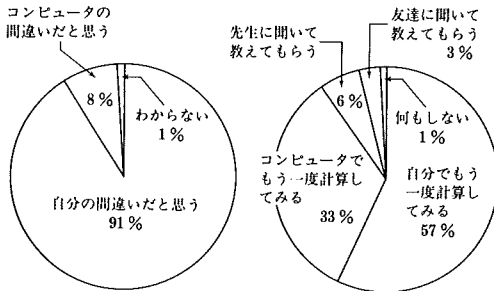
プログラムは生徒の因数分解の学習の時期に合わせたため、時間が不足で大分サボったところがあったが、授業ではそれが諸に出てきて、その上「絶対に解けないぞ」などと言いながら $x^{10}+87$ などと入力してコンピュータに挑戦する生徒がいたり、あわてながらの授業となった。同僚の教師からは、誤答の原因について解説し、なぜこれが正解なのか説明した方がよい等の厳しい注文がつけられ、現在の課題となっている。

図3 生徒の意見アンケート調査 (1988.6.10)

1 コンピュータで数学の問題を解くことについて
(322名 回収率 87.5%)

面白そうだからやってみたい	69%	何となく不安である	21%	しない方がよい	10%
---------------	-----	-----------	-----	---------	-----

2 コンピュータの答と自分で解いた答が違っているとき



「先生今度は何時やるの、私とっても楽しみとしているの」と期待されたり、指示しないのに次の時間にチャッカリ数学教室で待っているクラスがあったり、生徒に追われながらの授業であったが、このようなことが出来る APL の有難さが身にしみて嬉しかった。このプログラムは、いわゆる CAI のコースウェアによらず、数式処理 APLMath が陰で生徒の入力を検照し支えているのである。

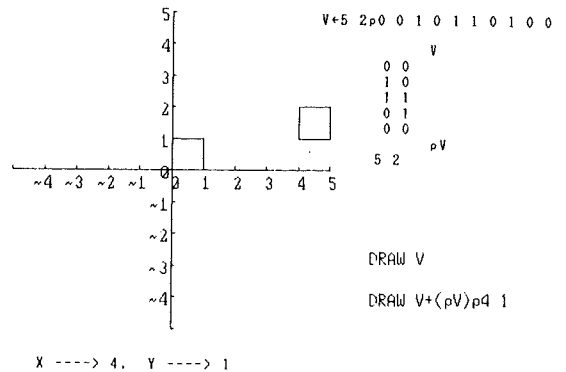
(3) 生徒の創るグラフィックス

関数のグラフをコンピュータの動的な画像として提示することは、多くの学校で行われているところである。日頃テレビに慣れ親しんでいる高校生に対して特に効果の高い教材である。我校でも、昭和 57 年に APL に転換した頃は、1 台の機械しかなかったもので、もっぱらグラフィックディスプレイ上に曲線を描かせては、26 インチテレビに拡大して生徒に提示していた。いわば従来の黒板とチョークにコンピュータを加えた授業である。このような授業が何回か続いた後に、生徒達は、自分達で同じようなグラフィックスを作りたいと望むようになった。

APL はグラフィックスに向く言語である。 n 個の点の連結で表示されたパターンを、座標をそのまま n 行 2 列のマトリックスで表現することは、きわめて容易で、これをラインで結ぶ命令を与えるだけでパターンを作ることができる。その移動は x 方向、 y 方向への移動値を加えるだけでよい。そしてグラフィックスの基本手法である拡大縮小、対称、回転、

伸長変形等は、すべて生徒達が代数幾何で学ぶ行列の一次変換で求めることができる。我々としては、グラフィックスを生徒達が創ることは格好の代数幾何の演習になると考えられた。そこで週 2 時間の他教科との選択の時間に「計算機」を設け、まず APL を学び、そして我校作成のテキスト「Graphics in APL」を用いての授業が始められた。

例 3 パターンの作成とその平行移動



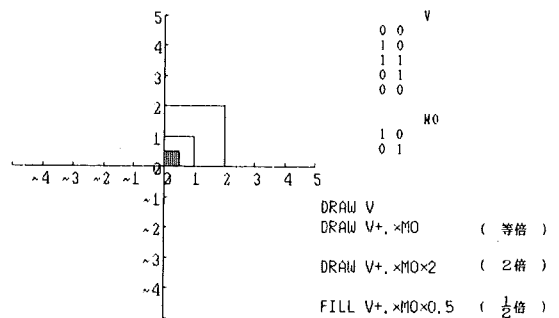
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} V + \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 4 & 1 \\ 4 & 1 \\ 4 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} (pV)p4 1 \implies \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & 1 \\ 5 & 2 \\ 4 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} V+(pV)p4 1$$

例 4 パターンの相似変換

$$\begin{cases} x' = ax + by \\ y' = cx + dy \end{cases} \quad \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$(x, y) \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (ax + by, cx + dy) = (x', y')$$

(n 行 2 列のデータ行列) + x (一次変換の行列) として計算 \downarrow x は行列の積

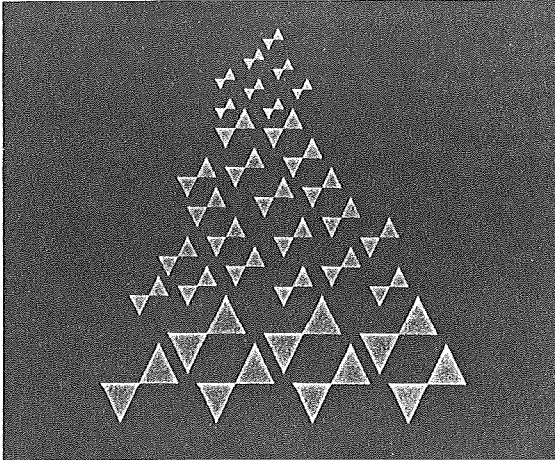


同様にして簡単に対称、回転、変形が行われるためこのグラフィックスを創る作業に生徒は皆熱中した。自分の作品を作るためには、心を開いて対象を把握し、画面を考えて使うべき手法を決定する。テーマを APL の関数として作り、実行して表現する。この過程で、自身の持っている知識のすべてを取り

出し、さらに新たに必要な知識を探し求めるのである。

次は拡大縮小を用いた作品例である。夜8時を回る頃、別の部屋で仕事をして待っていたところへ「先生てふてふができた」といって飛び込んで見せてくれたのがこの作品である。国語の時間に安西冬衛の一行詩「てふてふが一匹、韃靼海峡を渡って行った」を習って、それを表現したのである。

例5 相似変換を用いた作品例(3年 川村 泉)



(4) グラフィックスと数式処理と

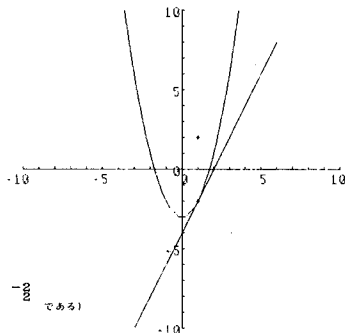
基礎解析では、グラフィックスと数式処理の両方が活躍の場を与えられる。次は微分の時間での利用のために作ったもので、生徒の使用はこれからである。曲線の式を入力するとグラフが自動的に画かれ、点の座標の入力を待って、また接線の傾きの入力を待って数式処理で検照し結果をグラフィックで表現することを考えた。この様な利用も考えられよう。

例6 曲線の接線

TEST3
曲線上の点の接線を求める
次に曲線の式を入力して下さい
 $Y=X^2-3$
グラフを画:

(ここで画面が変わりグラフが画かれる)

曲線 $Y=X^2-3$ のグラフは
X座標が $X=1$
のときグラフ上のY座標は
 $Y=2$
もう一度確認して下さい
 $Y=2$
点(1,-2)上の接線の傾きは
 $M=1$
もう一度計算して下さい
 $M=2$
曲線 $Y=X^2-3$ 上の点(1,-2)
の接線の方程式は
 $Y=2X-4$
正解です



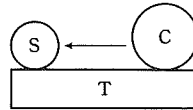
(ここで入力)
 $X = \frac{1}{2}$ $Y = -\frac{3}{4}$
 $M = \frac{1}{2}$ $M = -\frac{3}{2}$ である

4 コンピュータの役割

(1) 教師と生徒との間で

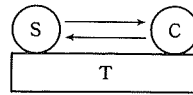
教室でディスプレイの前の生徒の席に座って教壇を眺めると、目の前の黒い画面が何かを問いかけてくる。教師と生徒の間に介在するコンピュータの役割は何であろうか。我々は次の様に考えている。

㊦ 黒板の替わり



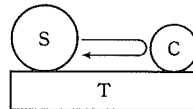
数学的な概念を動的なイメージで提示する、問題の全体像を示す、考え方や手法等を解説する等、教師が知識を伝達するための黒板に替わる存在である。

㊧ 助言者として



個人差のある学習者がその能力に応じて、授業内容を確認しながら繰り返す等して、論理の筋道を追おうと努力する時などの助言者としての存在である。

㊨ ノートの替わり



問題を考える、あるいは解く時の模索し分析しまとめる時等これらを記録し整理し、そこから生まれる新しい考えを記述する等、ノート替わりの学習者の思考を支える存在である。

教室のなかのコンピュータには、様々な顔がある。ある時は教師のアシスタントとしての、ある時は学ぶ者のアドバイザーとしての、ある時は鏡に写る学ぶ者自身のような顔がある。そのどれもが本当の顔である。コンピュータの顔はまた教師の手によって様々に造り出すことができる。しかし教室の中のコンピュータは、学ぶ者の思考の流れを定め、それを管理する顔を持ってはいけけないのではなかろうか。学ぶ者に知識を得る喜びを知らせることが出来る様な豊かさを持った、新たな挑戦を試みたくなる様な頼しさを持った顔を、学ぶ者をじっと見つめる顔を持たなければならないと思う。

(2) 思考の道具として、学習の素材として

これからの教材として、我々はいま、グループで共同開発を行っている数式処理システム APLMath を思考の道具として、学習の素材として用いていこうと考えている。この開発は、グループ46名35校の

メンバーと日本アイビーエム(株)との共同研究で、先に述べた古川高 星教諭の努力により、数式処理部分はほぼ高校数学で必要とする機能を備えるに至った。我校の因数分解の授業や、グラフィックスに数式処理を加えた試みも、この共同の成果の1つである。

まず APLMath を思考の道具として考えるとき、例えば教科書の問題「放物線外の1点から放物線に接線を引く」では、問題を解くためにコンピュータに向かう生徒は、接線を微分で求めるであろうか。接点のために解の判別式を使おうとするだろうか。どの考えも受入れる柔軟性がまず求められよう。解を求める道すじで考え方を検照するのは数式処理の役割であるが、入力を記録し、整理するノートの機能は運用のシステムの受持ちで、教科書と同様な表記をするシステムも必要である。数式処理に加えたそれを支える運用のシステムが働いて、始めて学習者の思考の過程にコンピュータが参加でき、思考の方法を共有できるのではなかろうか。

また数式処理を学習の素材として用いてはどうか。数式処理の開発はいわば数学の諸定理をコンピュータ言語で記述することにほかならない。

ここで数式のデータ構造を明確にして与え、入出力の部分と構文解析の部分グラフィックスの Draw 関数の様に基本関数として与えることができれば、多少の難しさはあっても、高校数学の授業の内容とすることは不可能ではない。これはすでに我校で行っているグラフィックスを創る授業と同様に高い教育効果を生むに違いない。

この様な試みは、APL を用いることによって始めて可能であると考えている。

5 おわりに

ごらんのように我々の授業は、これからの努力に待つところが多い。10年程前のことである。本校の故佐藤光雄教諭が、ふと授業の準備の手を休めて「機械のない授業が一番楽ですね」と若い笑顔を見せてくれたことがあった。FORTRAN で10年、APL で7年、多くの人々の支えで我校の授業は成り立ってきた。数学の授業の中のコンピュータのこれからのために、諸先生方のご意見をいただければ幸であると感じている。

(尚綱女学院高等学校)

