

ちょっと数“楽” Time



迷路に挑戦

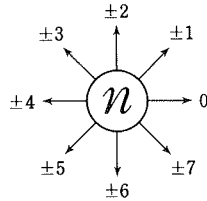
ふじい さとし
藤井 敏

数学への興味付けの1つの方法として、夏休みや冬休みなどに数学の問題をクイズやゲーム形式にして出題してきました。「クロスワード」、「俳句作り」、「作図」、……などから昨年の夏休みに3年生を対象に出題した「迷路」を紹介します。

世は正に迷路ブーム。諸君も“峠の茶屋”の迷路に挑戦してみよう。道に迷ってもいいが、迷答はゴメン。さあ、スタートラインに並びゴールを目指してがんばろう。正しいルート (START → GOAL) を葉書に書いてどしどし応募しよう。

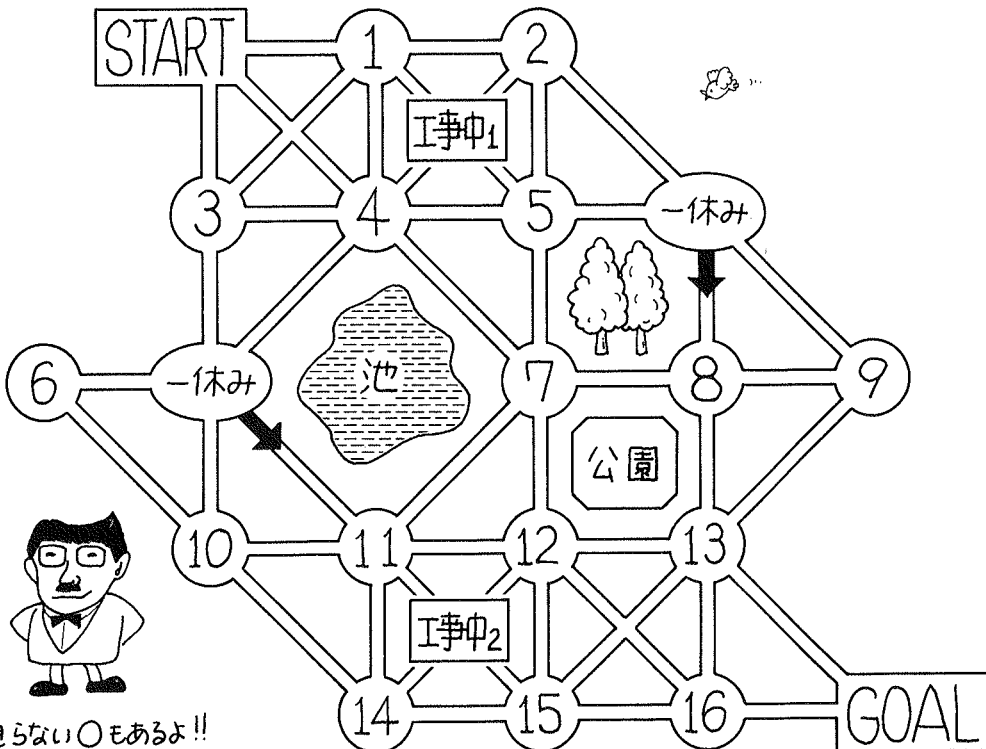
問題は共通一次試験程度にしてある。無事 GOAL にたどりつけば、共通一次は軽くクリアーできると思っているだろう。

▶ルール



(ア) **START** の問題を解き、その答えの数字の方向の○に進む(左図参照)。以下順に○内の数字の問題を解き答えの数字の方向の○に進み **GOAL** を目指す。

- (イ) **工事中** に進んだ時は引き返し、再度 **工事中** の問題を解いてその答えの方向に進む。 **一休み** に進んだ時は “→” 印の方向に自動的に進む。
- (ウ) (n) を通過し、再び (n) に戻ってきた時は自動的に次の (n+1) に進む。



通らない○もあるよ!!

▶問題

START $x = \sqrt{5} - i$ は実数を係数とする2次方程式 $x^2 - 2\sqrt{5}x + \square = 0$ の解である。

- ① 5つの指定席に、各自の指定席の番号を知らない5人が無作為に着席するとき、5人とも自分の指定席に着席している確率は $\square/120$
- ② 関数 $y = \sqrt{2x+6}$ ($x \geq -1$) のグラフとその逆関数のグラフの交点の x 座標は $1 + \sqrt{\square}$
- ③ 関数 $f(x) = x^3 - ax^2 + x$ が極値をもたないような整数 a のうち、小さい方から2番目の値は $a = \square$ である。
- ④ a, b を実数とする x の方程式 $x^3 - 6x^2 + ax + b = 0$ は、 $x = -2$ とこれと異なる2重解をもつという。このとき $a = \square$
- ⑤ a は正の数で、 a^4 の整数部分が10桁であるとき、 a の整数部分は \square 桁である。
- ⑥ 2つの不等式 $3x^2 - 5x - 2 \geq 0 \dots (ア)$
 $6x^2 + (9+2a)x + 3a < 0 \dots (イ)$ がある。(ア)または(イ)を満たす x の集合が実数全体になるような a の値の最大値は \square
- ⑦ x の方程式 $x^3 - 6x^2 + 9x - k = 0$ が、相異なる3つの実数解をもつような定数 k の値の範囲は $\square < k < 4$ である。
- ⑧ a と b はともに1桁の自然数であるとする。数列 $\log_{10} a, \log_{10} 2b, \log_{10} 9a$ がこの順に等差数列をなすとき、 a の値を小さい方から順にかくと2番目は $a = \square$ である。
- ⑨ 2点 $A(2, 5), B(4, 1)$ がある。点 $P(x, y)$ が円 $x^2 + y^2 = 1$ 上を動くとき、 $\triangle PAB$ の面積が最小になるときの点 P と直線 AB との距離は $\frac{9}{\sqrt{\square}} - 1$ である。
- ⑩ 平面上に定点 O を中心とする半径1の円と、円周上の定点 A がある。円外の点 P が $OP = 2$ を満たしながら動くとき、 $\triangle OAP$ の重心 G は $\overrightarrow{OC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA}$ を満たす点 C を中心とする半径 $\square/3$ の円周上にある。
- ⑪ 2つの位置ベクトル $\vec{a} = (1, 3), \vec{b} = (4, 0)$ が

ある。いま $\vec{p} = (x, y)$ が $\vec{p} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b}$, $\alpha + \beta = 1$ を満たすとき、積 xy の最大値は \square である。

- ⑫ 円 C に内接する四角形 $ABCD$ において、 $AB = 5, BC = 4, CD = 4, DA = 1$ であるとき、円 C の半径 R は $R = \sqrt{\square}$ である。
 - ⑬ 関数 $f(x) = ax^3 + bx + c$ について、
 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 1$ および $\int_0^1 f(x) dx = 1$
 を満たすとき、 $b = \square$ である。
 - ⑭ 自然数 n が 2^{n-1} 個ずつ続く数列
 $1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, \dots$
 において、初項から k (自然数) の最後の項までには全部で $\square^k - 1$ 個の数字が現れる。
 - ⑮ 3つのサイコロを同時に振るとき、3つの目の積が8の倍数になる確率は $1/\square$ である。
 - ⑯ m を定数として、2直線 $mx - y - 1 = 0,$
 $x + my - m = 0$ の交点は中心の座標が $(0, \square)$ 、半径1の円周上にある。
- 工事中₁ 1987年度膳所高校在籍者で私、「藤井敏」と同じ名をもつ生徒は \square 人いる。
- 工事中₂ 膳所高校の第1本館1階には消火栓が全部で \square つある。
- (サテ, ゴールニタドリツケタカナ……??)

【後記】

- 本文にある「峠の茶屋」は数学通信の名称です。授業の内容と進度に合わせて、①教科書内容の発展的解説、②高校数学と大学数学の橋渡しの内容的解説、③数学の興味ある話題の紹介、④数「楽」的なクイズ、ゲーム、⑤その他などで構成し、発行しているものです。本稿は④からとりあげました。
- クイズ、ゲームには毎回10名前後から30名位が応募してきます。
- 本文の工事中₁、工事中₂ の答えは各々、「2」、「4」です。
- 本文の問題は主に「数学一次演習100題」(数研出版) からとってあります。

(滋賀県立膳所高等学校)