

数学Ⅱ, B, C 第 1 問

(1) ① を変形すると $(x+1)^2 + (y-6)^2 = 12$

よって, C_1 の中心の座標は $(\text{ア} - 1, \text{ウ} 6)$, 半径は $r_1 = \sqrt{12} = \text{エ} 2\sqrt{\text{オ} 3}$ である。

② を変形すると $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 27$

よって, C_2 の中心の座標は $(1, 1)$, 半径は $r_2 = \sqrt{27} = \text{カ} 3\sqrt{\text{キ} 3}$ である。

また, C_1 の中心と C_2 の中心の間の距離は $d = \sqrt{\{(-1)-1\}^2 + \{(6)-1\}^2} = \sqrt{\text{クケ} 29}$

【参考】 $|r_1 - r_2| < d < r_1 + r_2$ であるから, C_1 と C_2 は 2 点で交わることがわかる。

(2) (i) $x=0, y=0$ のとき $2x-5y+25=25 \geq 0$

よって, 原点 O は D に含まれる。 ($\text{コ} \text{①}$)

$x=-1, y=6$ のとき $2x-5y+25=-2-30+25=-7 < 0$

よって, C_1 の中心 $(-1, 6)$ は E に含まれる。 ($\text{サ} \text{①}$)

$x=1, y=1$ のとき $2x-5y+25=2-5+25=22 \geq 0$

よって, C_2 の中心 $(1, 1)$ は D に含まれる。 ($\text{シ} \text{①}$)

(ii) 点 $P(x, y)$ を C_1 上にあり, かつ C_2 上にもある点とすると, 実数 x, y は ① と ② の両方を満たす。このとき, 実数 x, y は ④ も満たすから, P は ℓ 上にある。

よって, 点 P を C_1 上にあり, かつ C_2 上にもある点とすると, P は ℓ 上にある。

($\text{ス} \text{②}$)

(iii) (1), (2) の (ii) により, C_1 と C_2 は 2 点で交わり, これらの交点は直線 ℓ 上にある。

また, (2) の (i) と右の図により, 領域 D は ℓ およびその下側の部分, 領域 E は ℓ の上側の部分を表す。

$x^2 + y^2 - 7y + (2x - 5y + 25) < 0$ を変形すると

$$(x+1)^2 + (y-6)^2 < 12$$

これは C_1 の内部を表す。

よって, F は C_1 の内部と領域 D の共通部分である。

$x^2 + y^2 - 7y - (2x - 5y + 25) < 0$ を変形すると

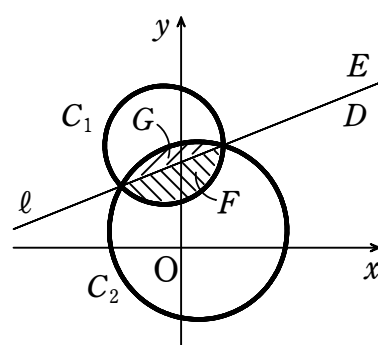
$$(x-1)^2 + (y-1)^2 < 27$$

これは C_2 の内部を表す。

したがって, G は C_2 の内部と領域 E の共通部分である。

③ の表す領域は, F と G の和集合であるから, 上の図の斜線部分である。ただし, 境界線を含まない。

よって, 図示したものとして最も適当なものは $\text{セ} \text{②}$



(iv) $2x - 5y + 25 \geq 0$ のとき, ⑤ は

$$x^2 + y^2 - 7y - (2x - 5y + 25) < 0$$

$2x - 5y + 25 < 0$ のとき, ⑤ は

$$x^2 + y^2 - 7y + (2x - 5y + 25) < 0$$

よって, C_2 の内部と領域 D の共通部分を F' ,

C_1 の内部と領域 E の共通部分を G' とすると,

⑤ の表す領域は, F' と G' の和集合である。

したがって, ⑤ の表す領域は, 右の図の斜線部分である。ただし, 境界線を含まない。

よって, 図示したものとして最も適当なものは ソ ④

