

# 数学Ⅰ, A 第1問〔1〕

(1)  $a=3$  のとき, 3 の正の約数は 1, 3

よって,  $A$  は, 2 以上 20 以下の自然数で, 3 を約数にもつもの全体の集合であるから

$$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\} \quad (\text{ア } \textcircled{6})$$

$b=4$  のとき, 4 の正の約数は 1, 2,  $2^2$

よって,  $B$  は, 2 以上 20 以下の自然数で, 2 を約数にもつもの全体の集合であるから

$$B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\} \quad (\text{イ } \textcircled{8})$$

ゆえに  $A \cap B = \{6, 12, 18\} \quad (\text{ウ } \textcircled{3})$

また,  $B$  の補集合  $\overline{B}$  は,  $\overline{B} = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$  であるから

$$A \cap \overline{B} = \{3, 9, 15\} \quad (\text{エ } \textcircled{2})$$

(2) (i)  $A$  の補集合  $\overline{A}$  に, 2 の倍数も 3 の倍数もないとき, 2 の倍数と 3 の倍数はすべて  $A$  の要素である。よって, 2 と 3 は  $A$  の要素である。

このとき, 2 と  $a$  は 1 以外の正の公約数をもつから,  $a$  は 2 の倍数である。

また, 3 と  $a$  も 1 以外の正の公約数をもつから,  $a$  は 3 の倍数である。

ゆえに,  $a$  は 2 の倍数かつ 3 の倍数であるから,  $a$  は 6 の倍数である。

$a$  は 2 以上 9 以下の自然数であるから  $a = \text{オ } 6$

(ii)  $A \cap \overline{B} = \{5\}$  より, 5 は  $A$  の要素であるから, 5 と  $a$  は 1 以外の正の公約数をもつ。

よって,  $a$  は 5 の倍数である。

$a$  は 2 以上 9 以下の自然数であるから  $a = \text{カ } 5$

このとき,  $A = \{5, 10, 15, 20\}$  である。これと

$A \cap \overline{B} = \{5\}$  から, 5 は  $\overline{B}$  の要素であり, 10, 15, 20 は  $B$  の要素である。

よって, 5 は  $B$  の要素ではないから,  $b$  は 5 の倍数ではない。

また,  $B$  の要素である 10, 20 は  $b$  と 1 以外の正の公約数をもち,  $b$  は 5 の倍数ではないから,  $b$  は 2 の倍数である。

同様に, 15 は  $B$  の要素であるから,  $b$  は 3 の倍数である。

よって, (i) から  $b = \text{キ } 6$

