

数学Ⅰ, A 第1問[1]

(1) $a=3$ のとき, 3の正の約数は 1, 3

よって, A は, 2以上20以下の自然数で, 3を約数にもつもの全体の集合であるから

$$A=\{3, 6, 9, 12, 15, 18\} \quad (7)$$

$b=4$ のとき, 4の正の約数は 1, 2, 2^2

よって, B は, 2以上20以下の自然数で, 2を約数にもつもの全体の集合であるから

$$B=\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\} \quad (8)$$

ゆえに $A \cap B=\{6, 12, 18\} \quad (9)$

また, B の補集合 \overline{B} は, $\overline{B}=\{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$ であるから

$$A \cap \overline{B}=\{3, 9, 15\} \quad (10)$$

(2) (i) A の補集合 \overline{A} に, 2の倍数も3の倍数もないとき, 2の倍数と3の倍数はすべて A の要素である。よって, 2と3は A の要素である。

このとき, 2と a は1以外の正の公約数をもつから, a は2の倍数である。

また, 3と a も1以外の正の公約数をもつから, a は3の倍数である。

ゆえに, a は2の倍数かつ3の倍数であるから, a は6の倍数である。

a は2以上9以下の自然数であるから $a=\text{ }^{\text{a}}6$

(ii) $A \cap \overline{B}=\{5\}$ より, 5は A の要素であるから, 5と a は1以外の正の公約数をもつ。

よって, a は5の倍数である。

a は2以上9以下の自然数であるから $a=\text{ }^{\text{a}}5$

このとき, $A=\{5, 10, 15, 20\}$ である。これと

$A \cap \overline{B}=\{5\}$ から, 5は \overline{B} の要素であり, 10, 15, 20は B の要素である。

よって, 5は B の要素ではないから, b は5の倍数ではない。

また, B の要素である10, 20は b と1以外の正の公約数をもち, b は5の倍数ではないから, b は2の倍数である。

同様に, 15は B の要素であるから, b は3の倍数である。

よって, (i) から $b=\text{ }^{\text{a}}6$

