

数学Ⅱ, B, C 第 5 問

- (1) レモンの重さ X は平均 110 g, 標準偏差 20 g の正規分布 $N(110, 20^2)$ に従うから,

$$Z = \frac{X - 110}{20} \text{ とおくと, } Z \text{ は標準正規分布 } N(0, 1) \text{ に従う。}$$

よって, 無作為抽出した 1 個のレモンが L サイズである確率は, 正規分布表から

$$\begin{aligned} P(110 \leq X < 140) &= P(110 \leq X \leq 140) \\ &= P\left(\frac{110 - 110}{20} \leq \frac{X - 110}{20} \leq \frac{140 - 110}{20}\right) \\ &= P(0 \leq Z \leq 1.5) = 0.4332 \end{aligned}$$

Q 地域で収穫されるレモン 1 個を無作為に抽出するとき, それが L サイズである確率は 0.4332 であるから, レモンが 200000 個収穫されるとすると, その中の L サイズのレモンの個数 Y は二項分布 $B(200000, 0.4332)$ に従う。

よって, Y の平均 (期待値) は $200000 \cdot 0.4332 = 86640$ (オ ④)

- (2) Q 地域で今年収穫されるレモン全体を母集団とし, その重さの母平均が m g, 母標準偏差が σ g であるから, n が十分に大きいとき, 標本平均 $\bar{W}$ は近似的に正規分布 $N\left(m, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ に従う。(カ ⑥)

また, m に対する信頼度 95 % の信頼区間は $\bar{W} - 1.96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq m \leq \bar{W} + 1.96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ で

$$\text{あるから } B - A = \left(\bar{W} + 1.96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) - \left(\bar{W} - 1.96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \frac{3.92\sigma}{\sqrt{n}} \quad (\text{キ ⑤})$$

したがって, $\sigma = 20$ として, $B - A \leq 4$ すなわち, $\frac{3.92\sigma}{\sqrt{n}} \leq 4 \quad \dots\dots \textcircled{1}$ を満たす自然数 n を求める。

① の両辺は正であるから, 両辺を 2 乗して整理すると $(3.92\sigma)^2 \leq 16n$

$$\sigma = 20 \text{ を代入して } 3.92^2 \times 20^2 \leq 16n$$

$$3.92^2 \times 5^2 \leq n$$

$$19.6^2 \leq n$$

$$384.16 \leq n$$

よって, ① を満たす最小の自然数 n_0 は $n_0 = \text{クケコ} 385$

- (3) $m \leq 110$ を前提として考える。

対立仮説は検証したい仮説であるから, 「Q 地域で今年収穫されるレモンの重さの母平均は 110 g より軽い」, すなわち, 「 $m < 110$ 」である。(サ ⑩)

帰無仮説「 $m = 110$ 」が正しいと仮定すると, 標本の大きさ 400 は十分に大きいから,

標本平均 $\bar{W}$ は近似的に正規分布 $N\left(110, \frac{20^2}{400}\right)$, すなわち $N(110, 1)$ に従う。(シ ⑤)

よって, $Z' = \frac{\bar{W} - 110}{1} = \bar{W} - 110$ とおくと, 確率変数 Z' は近似的に標準正規分布

$N(0, 1)$ に従うから, 正規分布表より

$$\begin{aligned}
 P(\overline{W} \leq 108.2) &= P(\overline{W} - 110 \leq 108.2 - 110) \\
 &= P(Z' \leq -1.8) = P(Z' \geq 1.8) \\
 &= 0.5 - P(0 \leq Z' \leq 1.8) \\
 &= 0.5 - 0.4641 = 0.0359
 \end{aligned}$$

この値をパーセント表示すると 3.59 % であり，有意水準 5 % より小さいから，帰無仮説は棄却される。（チ ①）

したがって，有意水準 5 % で今年収穫されるレモンの重さの母平均は 110 g より軽いと判断できる。（ツ ②）