

数学 I, A 第 4 問

- (1) 1 回目に当たりが出るという事象を A , 1 回目に当たりが出ず, かつ 2 回目に当たりが出るという事象を B , 1 回目, 2 回目ともに当たりが出ず, かつ 3 回目に当たりが出るという事象を C とすると $P(A) = \frac{3}{16}$, $P(B) = \frac{1}{8}$, $P(C) = \frac{1}{16}$

また, A, B, C は互いに排反である。

1 回目または 2 回目に当たりが出る確率は

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{3}{16} + \frac{1}{8} = \frac{\overset{\text{ア}}{5}}{\underset{\text{イウ}}{16}}$$

1 回目, 2 回目ともに当たりが出ない確率は

$$P(\overline{A \cap B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{5}{16} = \frac{\overset{\text{エオ}}{11}}{\underset{\text{カキ}}{16}}$$

1 回も当たりが出ない確率は

$$\begin{aligned} P(\overline{A \cap B \cap C}) &= P(\overline{A \cup B \cup C}) = 1 - P(A \cup B \cup C) \\ &= 1 - \left(\frac{3}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} \right) = \frac{\overset{\text{ク}}{5}}{\underset{\text{ケ}}{8}} \end{aligned}$$

- (2) (i) $X=0$ となる, すなわち参加者が景品を受け取らない確率は

$$P(\overline{A \cap B \cap C}) = \frac{5}{8}$$

$X=1200$ となる, すなわち参加者が景品を受け取る確率は

$$P(A \cup B \cup C) = \frac{3}{8}$$

よって, 右のような表ができる。

したがって, 数量 X の期待値は

$$0 \times \frac{5}{8} + 1200 \times \frac{3}{8} = \underset{\text{コサシ}}{450}$$

X	0	1200	計
確率	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{8}$	1

- (ii) X 円の期待値 450 円は参加料の金額 500 円未満である。したがって, 主催者は参加費 500 円という設定について妥当であると判断する。(ス㊦, セ㊦)

- (3) (i) $Y=170$ となる, すなわち 1 回目に当たりが出る確率は $P(A) = \frac{3}{16}$

$Y=340$ となる, すなわち 1 回目に当たりが出ず, かつ 2 回目に当たりが出る確率は

$$P(B) = \frac{1}{8}$$

$Y=510$ となる, すなわち 1 回目, 2 回目ともに当たりが出ない確率は

$$P(\overline{A \cap B}) = \frac{11}{16}$$

よって, 右のような表ができる。

したがって, 数量 Y の期待値は

$$170 \times \frac{3}{16} + 340 \times \frac{1}{8} + 510 \times \frac{11}{16} = \underset{\text{ソタチ}}{425}$$

Y	170	340	510	計
確率	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{11}{16}$	1

- (ii) X 円の期待値 450 円は, $a=170$ と設定した場合の参加料 Y 円の期待値 425 円以上

である。したがって、主催者はくじ引き料 170 円という設定について妥当ではないと判断する。(ツ①，テ①)

また，くじ引き料が a 円るとき，ゲームを通して参加者が支払うくじ引き料の合計 Y は，右のような表になる。

Y	a	$2a$	$3a$	計
確 率	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{11}{16}$	1

よって，数量 Y の期待値は

$$a \times \frac{3}{16} + 2a \times \frac{1}{8} + 3a \times \frac{11}{16} = \frac{5}{2}a$$

したがって，くじ引き料の設定が妥当であると判断するのは

$$450 < \frac{5}{2}a \quad \text{すなわち} \quad a > \text{トナ} = 180$$

のときである。