数学Ⅰ，A 第２問〔1〕

(1)　C_1 の y 切片は 1 であるから　　$c={}^{ア}1$

また，C_1 は 2 点 $\left(-\dfrac{5}{2},\ 0\right)$，$\left(\dfrac{1}{2},\ 0\right)$ を通るから

$$\begin{cases}\left(-\dfrac{5}{2}\right)^2a-\dfrac{5}{2}b+1=0\\[2mm]\left(\dfrac{1}{2}\right)^2a+\dfrac{1}{2}b+1=0\end{cases}\qquad よって\qquad \begin{cases}25a-10b+4=0\\a+2b+4=0\end{cases}$$

これを解いて　　$a=-\dfrac{4}{5}$，$b=-\dfrac{8}{5}$

したがって　　$y=-\dfrac{{}^{イ}4}{{}^{ウ}5}x^2-\dfrac{{}^{エ}8}{{}^{オ}5}x+1$

$\boxed{別解}$　C_1 は 2 点 $\left(-\dfrac{5}{2},\ 0\right)$，$\left(\dfrac{1}{2},\ 0\right)$ を通るから，C_1 をグラフにもつ 2 次関数は

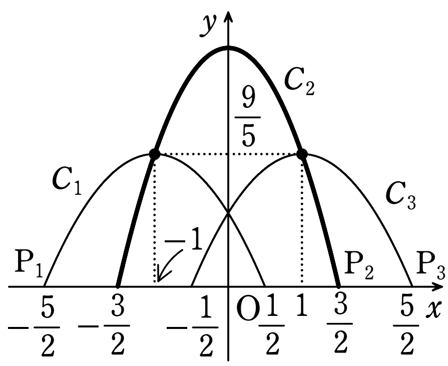
$y=a\left(x+\dfrac{5}{2}\right)\left(x-\dfrac{1}{2}\right)$ とおくこともできる。

$$a\left(x+\dfrac{5}{2}\right)\left(x-\dfrac{1}{2}\right)=ax^2+2ax-\dfrac{5}{4}a$$

であり，C_1 の y 切片が 1 であるから　　$-\dfrac{5}{4}a=1$　　　よって　　$a=-\dfrac{4}{5}$

これを代入すると　　$y=-\dfrac{{}^{イ}4}{{}^{ウ}5}x^2-\dfrac{{}^{エ}8}{{}^{オ}5}x+1$

C_1 は 2 点 $\left(-\dfrac{5}{2},\ 0\right)$，$\left(\dfrac{1}{2},\ 0\right)$ を通るから，C_1 の



頂点の x 座標は　　$x=\dfrac{-\dfrac{5}{2}+\dfrac{1}{2}}{2}=-1$

よって，C_1 の頂点の y 座標は

$$y=-\dfrac{4}{5}(-1)^2-\dfrac{8}{5}(-1)+1=\dfrac{{}^{カ}9}{{}^{キ}5}$$

ここで，C_1 と C_3 は y 軸に関して対称であるから，

C_3 の頂点の座標は　　$\left(1,\ \dfrac{9}{5}\right)$

ゆえに，C_2 は 2 点 $\left(-1,\ \dfrac{9}{5}\right)$，$\left(1,\ \dfrac{9}{5}\right)$ を通るから，y 軸に関して対称である。

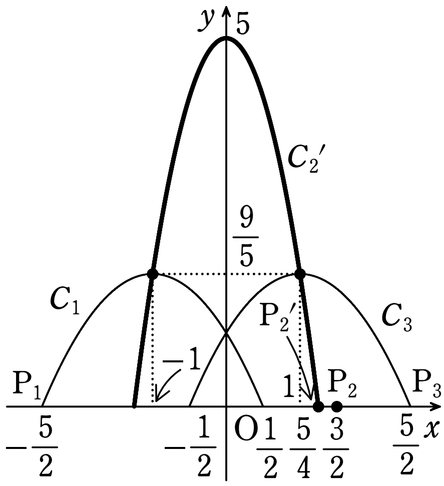
よって，C_2 は点 $\left(\dfrac{3}{2},\ 0\right)$ を通るから，点 $\left(-\dfrac{3}{2},\ 0\right)$ も通り，C_2 をグラフにもつ 2 次関数を $y=p\left(x-\dfrac{3}{2}\right)\left(x+\dfrac{3}{2}\right)$ とおくことができる。

C_2 は，点 $\left(1,\ \dfrac{9}{5}\right)$ を通るから　　$\dfrac{9}{5}=p\left(1-\dfrac{3}{2}\right)\left(1+\dfrac{3}{2}\right)$　　　よって　　$p=-\dfrac{36}{25}$

C_2 の頂点の x 座標は 0 であるから，y 座標は　　$y=-\dfrac{36}{25}\left(0-\dfrac{3}{2}\right)\left(0+\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{{}^{クケ}81}{{}^{コサ}25}$

$\dfrac{81}{25}\div\dfrac{9}{5}=\dfrac{9}{5}=1.8$ であるから，大きな噴水の高さは，小さな噴水の高さのおよそ 2 倍である。 （シ ⓪）

(2) $C_2{}'$ も 2 点 $\left(-1,\ \dfrac{9}{5}\right)$，$\left(1,\ \dfrac{9}{5}\right)$ を通るから，y 軸に関して対称である。



よって，$C_2{}'$ の頂点の座標は $(0,\ 5)$ であるから，$C_2{}'$ をグラフにもつ 2 次関数を $y=qx^2+5$ とおくことができる。

$C_2{}'$ は，点 $\left(1,\ \dfrac{9}{5}\right)$ を通るから　　$\dfrac{9}{5}=q\cdot1^2+5$

よって　　$q=-\dfrac{16}{5}$

$C_2{}'$ と x 軸の交点の x 座標は　　$0=-\dfrac{16}{5}x^2+5$

ゆえに　　$x=\pm\dfrac{5}{4}$

よって，$P_2{}'$ の x 座標は $\dfrac{5}{4}$ であるから，$P_2{}'$ は P_2 より $\dfrac{3}{2}-\dfrac{5}{4}=\dfrac{{}^{ス}1}{{}_{セ}4}$ だけ P_1 の方にある。 （ソ ⓪）