

数学 I, A 第 1 問 [1]

(1) $a=1$ のとき, ① の左辺は

$$\begin{aligned}(4x^2-1)b+16x-8 &= (2x+1)(2x-1)b+8(2x-1) \\ &= (2x-1)\{(2x+1)b+8\} \\ &= (2x-1)(2bx+b+8)\end{aligned}$$

(2) $b=2$ のとき

(i) ① の左辺は

$$\begin{aligned}(2a+6)x^2+(5a+11)x-10 &= (2x^2+5x)a+6x^2+11x-10 \\ &= (2x+5)xa+(2x+5)(3x-2) \\ &= (2x+5)(ax+3x-2) \\ &= (2x+5)\{(a+3)x-2\}\end{aligned}$$

別解 $(2a+6)x^2+(5a+11)x-10$
 $= (2x+5)\{(a+3)x-2\} \dots\dots ③$

$$\begin{array}{rcl} 2 & \times & 5 \longrightarrow 5a+15 \\ a+3 & & -2 \longrightarrow -4 \\ \hline 2a+6 & & -10 \quad 5a+11 \end{array}$$

(ii) $a=2\sqrt{2}$ を ③ に代入すると $(2x+5)\{(2\sqrt{2}+3)x-2\}$

よって, ① の解は $x = -\frac{5}{2}, \frac{2}{2\sqrt{2}+3}$

$\frac{2}{2\sqrt{2}+3}$ の分母を有理化すると $\frac{2(2\sqrt{2}-3)}{(2\sqrt{2}+3)(2\sqrt{2}-3)} = \frac{4\sqrt{2}-6}{8-9}$
 $= 6-4\sqrt{2}$

(iii) $a=-3$ を ③ に代入すると $(2x+5)(0 \cdot x-2)$

よって $a=-3 \implies$ ① の解が $x = -\frac{5}{2}$ だけである は真。

① の解が $x = -\frac{5}{2}$ だけであるとき $a=-3$ または ① が重解 $x = -\frac{5}{2}$ をもつ

① が重解 $x = -\frac{5}{2}$ をもつとき, ③ から $(a+3)x-2=0$ が $x = -\frac{5}{2}$ を解にもつ

ゆえに $-\frac{5}{2}(a+3)-2=0$

これを解くと $a = -\frac{19}{5}$

よって ① の解が $x = -\frac{5}{2}$ だけである $\implies a=-3$ は偽。(反例) $a = -\frac{19}{5}$

したがって, $a=-3$ であることは, ① の解が $x = -\frac{5}{2}$ だけであるための十分条件

であるが, 必要条件ではない。(ケ ①)