# 数学Ⅰ・A 第 1 問〔1〕

$2\sqrt{13}=\sqrt{52}$，$49<52<64$ であるから　　$7<2\sqrt{13}<8$

したがって，$n<2\sqrt{13}<n+1$ を満たす整数 $n$ は　${}^{ア}7$

$a=2\sqrt{13}-7$ より　　$b=\dfrac{1}{2\sqrt{13}-7}=\dfrac{2\sqrt{13}+7}{(2\sqrt{13}-7)(2\sqrt{13}+7)}=\dfrac{{}^{イ}7+2\sqrt{13}}{{}^{ウ}3}$

また　　$a^2-9b^2=(a+3b)(a-3b)=\{2\sqrt{13}-7+(7+2\sqrt{13})\}\{2\sqrt{13}-7-(7+2\sqrt{13})\}$

$=4\sqrt{13}\cdot(-14)={}^{エオカ}-56\sqrt{13}$

$7<2\sqrt{13}<8$ から　　$\dfrac{7+7}{3}<\dfrac{7+2\sqrt{13}}{3}<\dfrac{7+8}{3}$

よって　　$\dfrac{14}{3}<b<\dfrac{15}{3}$

したがって，$\dfrac{m}{3}<b<\dfrac{m+1}{3}$ を満たす整数 $m$ は　${}^{キク}14$

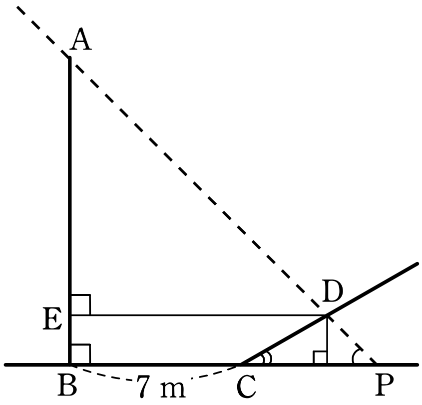
$b=\dfrac{1}{a}$ から　　$\dfrac{3}{15}<a<\dfrac{3}{14}$

$a=2\sqrt{13}-7$ より　　$\dfrac{3}{15}<2\sqrt{13}-7<\dfrac{3}{14}$

よって　　$\dfrac{18}{5}<\sqrt{13}<\dfrac{101}{28}$

$\dfrac{18}{5}=3.6$，$\dfrac{101}{28}=3.607\cdots\cdots$ であるから，$\sqrt{13}$ の整数部分は ${}^{ケ}3$，小数第 1 位の数字は ${}^{コ}6$，小数第 2 位の数字は ${}^{サ}0$ である。

# 数学Ⅰ・A 第１問〔2〕




$\tan\angle \mathrm{DCP}=0.07$ であり，三角比の表から

$$\tan 4^\circ < 0.07 < \tan 5^\circ$$

よって　$n={}^{シ}4$

$$\mathrm{BE}=\mathrm{CD}\sin\angle \mathrm{DCP}$$
$$={}^{ス}4\times\sin\angle \mathrm{DCP}\ (\mathrm{m})$$　（$^{セ}$ ⓪）

$$\mathrm{DE}=\mathrm{BC}+\mathrm{CD}\cos\angle \mathrm{DCP}$$
$$={}^{ソ}7+{}^{タ}4\times\cos\angle \mathrm{DCP}\ (\mathrm{m})$$　（$^{チ}$ ②）

$\triangle \mathrm{AED}$ に着目すると，$\angle \mathrm{ADE}=\angle \mathrm{APB}=45^\circ$，$\angle \mathrm{AED}=90^\circ$ であるから　　$\mathrm{AE}=\mathrm{DE}$

ゆえに　$\mathrm{AB}=\mathrm{AE}+\mathrm{BE}=\mathrm{DE}+\mathrm{BE}$

$$=7+4\cos\angle \mathrm{DCP}+4\sin\angle \mathrm{DCP}\ (\mathrm{m})$$

三角比の表より，$\sin\angle \mathrm{DCP}=\sin 4^\circ=0.0698$，$\cos\angle \mathrm{DCP}=\cos 4^\circ=0.9976$ であるから，電柱の高さ AB は

$$\mathrm{AB}=7+4\times 0.9976+4\times 0.0698=7+3.9904+0.2792=11.2696$$
$$\fallingdotseq 11.3\ (\mathrm{m})$$　（$^{ツ}$ ③）

$\angle \mathrm{APB}=42^\circ$ のとき，$\triangle \mathrm{AED}$ に着目すると，$\angle \mathrm{ADE}=\angle \mathrm{APB}=42^\circ$ であるから

$$\mathrm{AB}=\mathrm{AE}+\mathrm{BE}=\mathrm{DE}\times\tan 42^\circ+\mathrm{CD}\sin\angle \mathrm{DCP}\ (\mathrm{m})$$

また，$\angle \mathrm{APB}=42^\circ$ のときも $\mathrm{BC}=7$ (m) であるから

$$\mathrm{DE}=\mathrm{BC}+\mathrm{CD}\cos\angle \mathrm{DCP}=7+\mathrm{CD}\cos\angle \mathrm{DCP}\ (\mathrm{m})$$

よって　$\mathrm{AB}=(7+\mathrm{CD}\cos\angle \mathrm{DCP})\times\tan 42^\circ+\mathrm{CD}\sin\angle \mathrm{DCP}$

すなわち　$(\sin\angle \mathrm{DCP}+\cos\angle \mathrm{DCP}\times\tan 42^\circ)\mathrm{CD}=\mathrm{AB}-7\times\tan 42^\circ$

したがって　$\mathrm{CD}=\dfrac{\mathrm{AB}-{}^{テ}7\times\tan 42^\circ}{\sin\angle \mathrm{DCP}+\cos\angle \mathrm{DCP}\times\tan 42^\circ}\ (\mathrm{m})$　（$^{ト}$ ⑤，$^{ナ}$ ⓪，$^{ニ}$ ①）

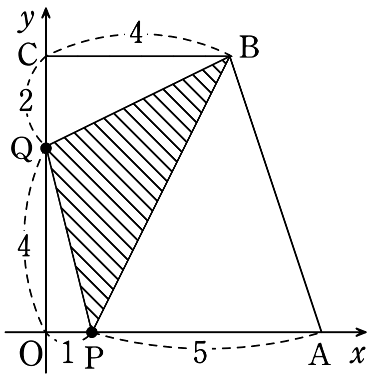
参考　$\mathrm{AB}=11.3$ (m) として，CD を計算すると次のようになる。

$$\mathrm{CD}=\frac{11.3-7\times 0.9004}{0.0698+0.9976\times 0.9004}=\frac{4.9972}{0.96803904}$$
$$=5.1621885\fallingdotseq 5.2$$

よって，坂にある影の長さは，前回調べた 4 m より約 1.2 m だけ長いことがわかる。

# 数学Ⅰ・A 第２問〔1〕

(1)　開始時刻から１秒後の点 P，Q の位置は右図のようになる。




図より　　$\triangle\mathrm{PBQ}=(\text{台形OABC})-(\triangle\mathrm{OPQ}+\triangle\mathrm{PAB}+\triangle\mathrm{QBC})$

よって，求める $\triangle\mathrm{PBQ}$ の面積 $S$ は

$$S=\frac{1}{2}\cdot(4+6)\cdot 6-\left(\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 4+\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 6+\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 4\right)$$

$$={}^{ア}9$$

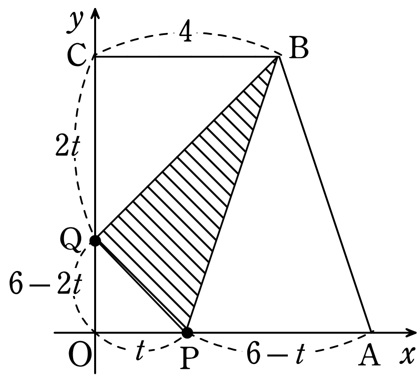
(2)　開始時刻から $t$ 秒後の $\triangle\mathrm{PBQ}$ の面積を $S(t)$ とする。

P，Q の移動が終了するのは P，Q がそれぞれ A，C に到達するときであるから，6 秒後である。

よって，$t$ の値の範囲は　　$0\leqq t\leqq 6$

$0\leqq t\leqq 3$ のとき　　$\mathrm{CQ}=2t$，$\mathrm{QO}=6-2t$，

$\mathrm{OP}=t$，$\mathrm{PA}=6-t$




となるから，$S(t)$ は

$$S(t)=(\text{台形OABC})-(\triangle\mathrm{OPQ}+\triangle\mathrm{PAB}+\triangle\mathrm{QBC})$$

$$=30-\left\{\frac{1}{2}\cdot t(6-2t)+\frac{1}{2}(6-t)\cdot 6+\frac{1}{2}\cdot 2t\cdot 4\right\}$$

$$=t^2-4t+12=(t-2)^2+8$$

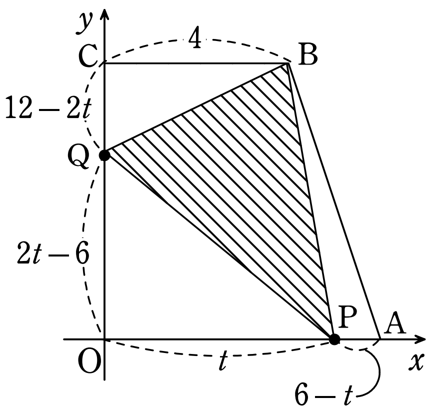
よって，$0\leqq t\leqq 3$ において，$S(t)$ は

$t=2$ で最小値 ${}^{イ}8$，$t=0$ で最大値 ${}^{ウエ}12$ をとる。

(3)　$3\leqq t\leqq 6$ のとき　　$\mathrm{QO}=2t-6$，

$\mathrm{CQ}=6-(2t-6)=12-2t$，

$\mathrm{OP}=t$，$\mathrm{PA}=6-t$



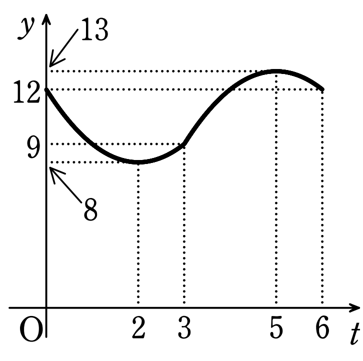

となるから，$S(t)$ は

$$S(t)=(\text{台形OABC})-(\triangle\mathrm{OPQ}+\triangle\mathrm{PAB}+\triangle\mathrm{QBC})$$

$$=30-\left\{\frac{1}{2}\cdot t(2t-6)+\frac{1}{2}(6-t)\cdot 6+\frac{1}{2}(12-2t)\cdot 4\right\}$$

$$=-t^2+10t-12=-(t-5)^2+13$$

よって，$0\leqq t\leqq 6$ における $y=S(t)$ のグラフは右図のようになる。




図より，$0\leqq t\leqq 6$ において，$S(t)$ は

$t=2$ で最小値 ${}^{オ}8$，$t=5$ で最大値 ${}^{カキ}13$ をとる。

(4)　(2)，(3) より，$S(t)$ は　　$0 \leqq t \leqq 3$ のとき　　$S(t)=t^2-4t+12$

$3 \leqq t \leqq 6$ のとき　　$S(t)=-t^2+10t-12$

である。

面積が 10 以下となるとき　　$S(t) \leqq 10$

[1]　$0 \leqq t \leqq 3$ のとき　　$t^2-4t+12 \leqq 10$

すなわち　　$t^2-4t+2 \leqq 0$

これを解いて　　$2-\sqrt{2} \leqq t \leqq 2+\sqrt{2}$

$0 \leqq t \leqq 3$ との共通範囲は　　$2-\sqrt{2} \leqq t \leqq 3$　…… ①

[2]　$3 \leqq t \leqq 6$ のとき　　$-t^2+10t-12 \leqq 10$

すなわち　　$t^2-10t+22 \geqq 0$

これを解いて　　$t \leqq 5-\sqrt{3}$，$5+\sqrt{3} \leqq t$

$3 \leqq t \leqq 6$ との共通範囲は　　$3 \leqq t \leqq 5-\sqrt{3}$　…… ②

よって，$S(t) \leqq 10$ を満たす $t$ の値の範囲は ①，② を合わせた範囲で

$$2-\sqrt{2} \leqq t \leqq 5-\sqrt{3}$$

したがって，面積が 10 以下となる時間は

$$5-\sqrt{3}-(2-\sqrt{2})={}^{ク}3-\sqrt{{}^{ケ}3}+\sqrt{{}^{コ}2}$$

# 数学Ⅰ・A　第２問〔２〕

(1)　(i)　図 1 から，A の最頻値は階級 510 以上 540 未満の階級値である。(サ ⑧)
中央値は小さい方から 25 番目の値と 26 番目の値の平均であるから，B の中央値が含まれる階級は 450 以上 480 未満である。(シ ⑥)

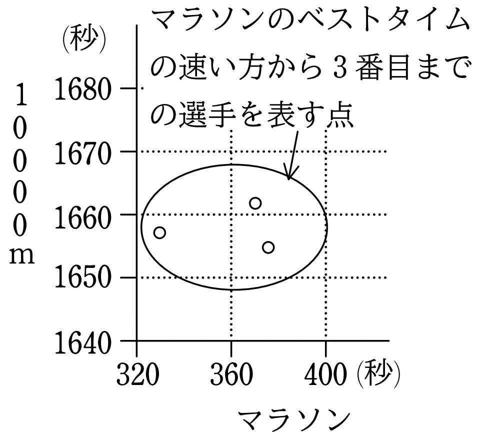
(ii)　B の速い方から 13 番目の選手のベストタイムは，B の第 1 四分位数であり，図 3 から，およそ 435 秒である。
A の速い方から 13 番目の選手のベストタイムは，A の第 1 四分位数であり，図 3 から，およそ 480 秒である。
$480-435=45$ であるから，B の速い方から 13 番目の選手のベストタイムは，A の速い方から 13 番目の選手のベストタイムより，およそ 45 秒速い。(ス ④)
A の第 3 四分位数はおよそ 530 秒であるから，A の四分位範囲はおよそ
$530-480=50$ (秒) である。
B の第 3 四分位数はおよそ 485 秒であるから，B の四分位範囲はおよそ
$485-435=50$ (秒) である。
$|50-50|=0$ であるから，A の四分位範囲から B の四分位範囲を引いた差の絶対値は 0 以上 20 未満である。(セ ⓪)

(iii)　B の 1 位の選手のベストタイムに対する $z$ の値は，$296=454+z\times 45$ すなわち
$45z=-158$ から　　　$z=-3.511\cdots\cdots\fallingdotseq-$ ソ3.タチ51
A の 1 位の選手のベストタイムに対する $z$ の値は，$376=504+z\times 40$ すなわち
$40z=-128$ から　　　$z=-3.2$
ここで，$-3.51<-3.2$ である。よって，ベストタイムで比較すると B の 1 位の選手の方が速く，$z$ の値で比較すると B の 1 位の選手の方が優れている。(ツ ①)

参考　(iii) で考えた $z$ は，ベストタイムが平均値と比べて標準偏差の何倍分小さい (大きい) かを示した値である。
なお，一般に，データの変量 $x$ に対し，$x$ の平均値を $\overline{x}$，標準偏差を $s_x$ で表すとき
$y=50+\dfrac{x-\overline{x}}{s_x}\times 10$ によって得られる $y$ を $x$ の偏差値という。

(2)　図 4 から，マラソンのベストタイムの速い方から 3 番目までの選手の 10000 m のベストタイムは，3 選手とも 1670 秒未満である。
よって，(a) は正しい。
図 4 よりも図 5 の方が，点が 1 つの直線の近くに分布しているから，マラソンと 10000 m の間の相関は，5000 m と 10000 m の間の相関より弱い。
ゆえに，(b) は誤りである。
したがって　　テ ①

(a) の参考図 [図 4 抜粋]



# 数学Ⅰ･A 第 3 問

(1) (i) 2 回の試行で A，B がそろっている取り出し方は，$\boxed{A}$，$\boxed{B}$または$\boxed{B}$，$\boxed{A}$と取り出す 2 通りであるから，求める確率は　$\dfrac{2}{2^2}=\dfrac{^{ア}1}{^{イ}2}$

(ii) 3 回の試行のうち$\boxed{A}$を 1 回，$\boxed{B}$を 2 回取り出す取り出し方は 3 通りある。
また，3 回の試行のうち$\boxed{A}$を 2 回，$\boxed{B}$を 1 回取り出す取り出し方も同様に 3 通りである。
よって，3 回の試行で A，B がそろっている取り出し方は　$3\times2={}^{ウ}6$ (通り)
したがって，3 回の試行で A，B がそろっている確率は　$\dfrac{6}{2^3}$

(iii) 4 回の試行での取り出し方の総数は　$2^4$ 通り
このうち，4 回の試行で A，B がそろっていない取り出し方は，「4 回とも$\boxed{A}$を取り出す」または「4 回とも$\boxed{B}$を取り出す」の 2 通りである。
よって，4 回の試行で A，B がそろっている取り出し方は　$2^4-2={}^{エオ}14$ (通り)
したがって，4 回の試行で A，B がそろっている確率は　$\dfrac{14}{2^4}=\dfrac{^{カ}7}{^{キ}8}$

(2) (i) 3 回目の試行で初めて A，B，C がそろうには，$\boxed{A}$，$\boxed{B}$，$\boxed{C}$を 1 回ずつ取り出せばよいから，その取り出し方は　$3!={}^{ク}6$ (通り)
よって，3 回目の試行で初めて A，B，C がそろう確率は　$\dfrac{6}{3^3}$

(ii) 4 回目の試行で$\boxed{C}$を取り出すとすると，4 回目の試行で初めて A，B，C がそろうには 3 回目までに A，B がそろっていればよいから，その取り出し方は (1) (ii) より
6 通り
4 回目の試行で$\boxed{A}$，$\boxed{B}$を取り出すときも同様であるから，4 回目の試行で初めて A，B，C がそろう取り出し方は　$3\times6$ 通り
よって，4 回目の試行で初めて A，B，C がそろう確率は　$\dfrac{3\times6}{3^4}=\dfrac{^{ケ}2}{^{コ}9}$

(iii) 5 回目の試行で$\boxed{C}$を取り出すとすると，5 回目の試行で初めてA，B，C がそろうには 4 回目までに A，B がそろっていればよいから，その取り出し方は (1) (iii) より
14 通り
5 回目の試行で$\boxed{A}$，$\boxed{B}$を取り出すときも同様であるから，5 回目の試行で初めて A，B，C がそろう取り出し方は　$3\times14={}^{サシ}42$ (通り)
よって，5 回目の試行で初めて A，B，C がそろう確率は　$\dfrac{42}{3^5}$

(3) 「6 回の試行のうち 3 回目の試行で初めてA，B，C だけがそろい，かつ 6 回目の試行で初めて$\boxed{D}$が取り出される」取り出し方について考える。
3 回目の試行で初めて A，B，C だけがそろう取り出し方は (2) (i) から　6 通り
4 回目，5 回目の試行では，$\boxed{A}$，$\boxed{B}$，$\boxed{C}$のどれを取り出してもよいから，その取り出し方は　$6\times3\times3={}^{スセ}54$ (通り)

同様に，「6 回の試行のうち 4 回目の試行で初めてA，B，C だけがそろい，かつ 6 回目の試行で初めて $\boxed{\text{D}}$ が取り出される」取り出し方は，(2) (ii) から

$$(3\times6)\times3={}^{\text{ソタ}}54\ (\text{通り})$$

また，「6 回の試行のうち 5 回目の試行で初めてA，B，C だけがそろい，かつ 6 回目の試行で初めて $\boxed{\text{D}}$ が取り出される」取り出し方は，(2) (iii) から　　42 通り

よって，5 回目までに $\boxed{\text{A}}$，$\boxed{\text{B}}$，$\boxed{\text{C}}$ のそれぞれが少なくとも 1 回は取り出され，かつ 6 回目に初めて $\boxed{\text{D}}$ が取り出される取り出し方は　　$54+54+42=150$ (通り)

6 回目の試行で $\boxed{\text{A}}$，$\boxed{\text{B}}$，$\boxed{\text{C}}$ を取り出すときも同様であるから，6 回目の試行で初めて A，B，C，D がそろう取り出し方は　　$4\times150$ 通り

したがって，その確率は　　$\dfrac{4\times150}{4^6}=\dfrac{{}^{\text{チツ}}75}{{}^{\text{テトナ}}512}$

# 数学Ⅰ・A 第４問

(1)　右の計算から，10 進数 40 を 6 進数で表すと　$104_{(6)}$

よって，T 6 は $^{アイウ}104$ と表示される。

また，$10011_{(2)}$ を 10 進数で表すと

$$10011_{(2)}=1\cdot 2^4+0\cdot 2^3+0\cdot 2^2+1\cdot 2^1+1\cdot 2^0$$
$$=16+0+0+2+1=19$$

右の計算から，10 進数 19 を 4 進数で表すと　$103_{(4)}$

ゆえに，T 4 は $^{エオカ}103$ と表示される。

$$\begin{array}{rrl} 6\,) & 40 & \text{余り} \\ 6\,) & 6 & \cdots\ 4 \\ 6\,) & 1 & \cdots\ 0 \\ & 0 & \cdots\ 1 \end{array}\uparrow$$

$$\begin{array}{rrl} 4\,) & 19 & \text{余り} \\ 4\,) & 4 & \cdots\ 3 \\ 4\,) & 1 & \cdots\ 0 \\ & 0 & \cdots\ 1 \end{array}\uparrow$$

(2)　T 4 をスタートさせた後，初めて表示が 000 に戻るのは，4 進数で $1000_{(4)}$ 秒後である。

すなわち　$1000_{(4)}=1\cdot 4^3+0\cdot 4^2+0\cdot 4^1+0\cdot 4^0={}^{キク}64$ (秒後)　…… ①

同様に，T 6 をスタートさせた後，初めて表示が 000 に戻るのは，6 進数で $1000_{(6)}$ 秒後である。すなわち　$1000_{(6)}=1\cdot 6^3+0\cdot 6^2+0\cdot 6^1+0\cdot 6^0=216$ (秒後)　…… ②

ここで，$64=2^6$，$216=2^3\cdot 3^3$ であるから，64 と 216 の最小公倍数は　$2^6\cdot 3^3=1728$

したがって，T 4 と T 6 を同時にスタートさせた後，初めて両方の表示が同時に 000 に戻るのは　$^{ケコサシ}1728$ 秒後

(3)　(スセ)，(ソ)　$012_{(4)}$ を 10 進数で表すと　$012_{(4)}=0\cdot 4^2+1\cdot 4^1+2\cdot 4^0=0+4+2=6$

① より，ある 3 桁の数が T 4 に表示されてから，64 秒後に同じ数が表示されるから，T 4 をスタートさせた $l$ 秒後に T 4 が 012 と表示されることと，$l$ を $^{スセ}64$ で割った余りが $^{ソ}6$ であることは同値である。

(タチツ)　T 3 をスタートさせた後，初めて表示が 000 に戻るのは，3 進数で $1000_{(3)}$ 秒後であるから　$1000_{(3)}=1\cdot 3^3+0\cdot 3^2+0\cdot 3^1+0\cdot 3^0=27$ (秒後)

さらに，$012_{(3)}$ を 10 進数で表すと　$012_{(3)}=0\cdot 3^2+1\cdot 3^1+2\cdot 3^0=3+2=5$

ゆえに，T 3 をスタートさせた $l$ 秒後に T 3 が 012 と表示されることと，$l$ を 27 で割った余りが 5 であることは同値である。

よって，T 3 と T 4 を同時にスタートさせてから，012 と表示されるまでの時間はそれぞれ T 3：$27a+5$，T 4：$64b+6$ ($a$，$b$ は 0 以上の整数) と表される。

$27a+5=64b+6$ とすると　$27a-64b=1$　…… ③

ここで，27 と 64 に互除法の計算を行うと

$$\begin{array}{lll} 64=27\cdot 2+10 & \text{移項して} & 10=64-27\cdot 2 \\ 27=10\cdot 2+7 & \text{移項して} & 7=27-10\cdot 2 \\ 10=7\cdot 1+3 & \text{移項して} & 3=10-7\cdot 1 \\ 7=3\cdot 2+1 & \text{移項して} & 1=7-3\cdot 2 \end{array}$$

ゆえに　$1=7-3\cdot 2=7-(10-7\cdot 1)\cdot 2=7\cdot 3-10\cdot 2=(27-10\cdot 2)\cdot 3-10\cdot 2$
$=27\cdot 3-10\cdot 8=27\cdot 3-(64-27\cdot 2)\cdot 8=27\cdot 19-64\cdot 8$

すなわち　$27\cdot 19-64\cdot 8=1$　…… ④

③ − ④ から　$27(a-19)-64(b-8)=0$　すなわち　$27(a-19)=64(b-8)$

27 と 64 は互いに素であるから，$k$ を整数として，$a-19=64k$ と表される。

よって　　$a=64k+19$

これを満たす $a$ のうち，0 以上で最小のものは，$k=0$ としたときで　　19

したがって，求める $m$ の値は　　$m=27\cdot 19+5={}^{タチツ}518$

$\boxed{参考}$ 1，$27a-64b=1$ のすべての整数解は　　$a=64k+19$，$b=27k+8$　($k$ は整数)

$b=27k+8$ に $k=0$ を代入すると　　$b=8$

これを用いて $m$ の値を求めると　　$m=64\cdot 8+6={}^{タチツ}518$

$\boxed{参考}$ 2，$27a-64b=1$ の 1 つの解を次のように求めてもよい。

$64=27\cdot 2+10$ であるから　　$27a-(27\cdot 2+10)b=1$

すなわち　　$27(a-2b)-10b=1$

これを満たす整数 $a-2b$，$b$ の組の 1 つは　　$a-2b=3$，$b=8$

これを解いて　　$a=19$，$b=8$

(テ)　$012_{(6)}$ を 10 進数で表すと　　$012_{(6)}=0\cdot 6^2+1\cdot 6^1+2\cdot 6^0=6+2=8$　…… ⑤

②，⑤ から，T 6 をスタートさせた $l$ 秒後に T 6 が 012 と表示されることと，$l$ を 216 で割った余りが 8 であることは同値である。

ゆえに，T 6 をスタートさせてから，012 と表示されるまでの時間は $216c+8$ ($c$ は 0 以上の整数) と表される。

(タチツ) と同様に，$64b+6=216c+8$ として変形すると　　$32b-108c=1$

すなわち　　$2(16b-54c)=1$　…… ⑥

$b$，$c$ は整数であるから，⑥ の左辺は偶数，右辺は奇数である。

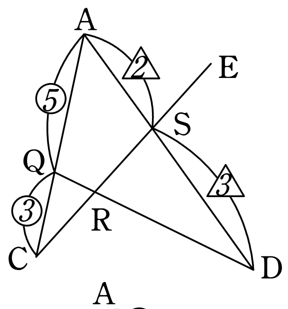
よって，⑥ を満たす $b$，$c$ は存在しない。

したがって，T 4 と T 6 を同時にスタートさせてから，両方が同時に 012 と表示されることはない。　(${}^{テ}$ ③)

# 数学Ⅰ･A 第５問

⑴　△AQD と直線 CE にメネラウスの定理を用いると

$$\frac{QR}{RD}\cdot\frac{DS}{SA}\cdot\frac{AC}{CQ}=1$$ （ア ⓪）

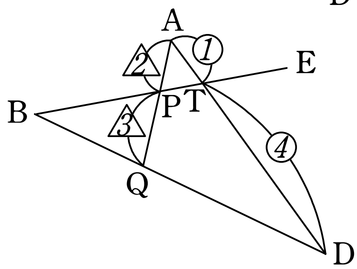



よって　$\frac{QR}{RD}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{8}{3}=1$

ゆえに　QR：RD＝イ1：ウ4

また，△AQD と直線 BE にメネラウスの定理を用いると

$$\frac{QB}{BD}\cdot\frac{DT}{TA}\cdot\frac{AP}{PQ}=1$$




よって　$\frac{QB}{BD}\cdot\frac{4}{1}\cdot\frac{2}{3}=1$

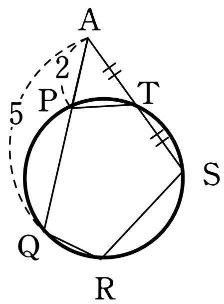
ゆえに　QB：BD＝エ3：オ8

したがって　BQ：QR：RD＝3：1：4

⑵　AP：PQ：QC＝2：3：3，AC＝8 であるから

AP＝2，AQ＝5

(i)　方べきの定理により　AP･AQ＝AT･AS




ここで，AT：AS＝1：2 から

AS＝2AT

よって　2･5＝AT･2AT

ゆえに　$AT^2=5$　AT＞0 であるから　AT＝$\sqrt{カ5}$

(ii)　BQ：QR：RD＝3：1：4，DR＝$4\sqrt{3}$ であるから

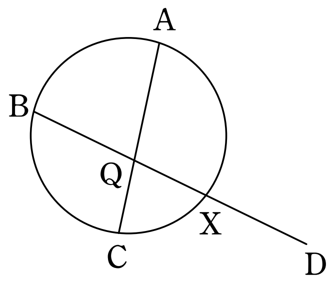
BQ＝$3\sqrt{3}$，DQ＝$5\sqrt{3}$

よって　BQ･DQ＝$3\sqrt{3}\cdot5\sqrt{3}$＝キク45

ゆえに　AQ･CQ＜BQ･DQ　……①　（ケ ⓪）

また，方べきの定理により

AQ･CQ＝BQ･XQ　……②　（コ ①）



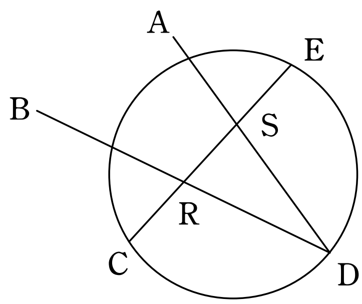

①，② から　BQ･XQ＜BQ･DQ

よって　XQ＜DQ　（サ ⓪）

したがって，点 D は 3 点 A，B，C を通る円の外部にある。　（シ ②）

(iii)　まず，線分 AD と CE の交点 S に着目して考える。

CR＝RS＝SE＝3 であるから　CS･ES＝6･3＝18




AT：TS：SD＝1：1：3，AT＝$\sqrt{5}$ であるから

AS･DS＝$2\sqrt{5}\cdot3\sqrt{5}$＝30

よって　CS･ES＜AS･DS

(ii) と同様に考えると，点 A は 3 点 C，D，E を通る円の外部にある。　（ス ②）

次に，線分 BD と CE の交点 R に着目して考える。

$CR = RS = SE = 3$ であるから　　$CR \cdot ER = 3 \cdot 6 = 18$

$BQ : QR : RD = 3 : 1 : 4$，$DR = 4\sqrt{3}$ であるから

$$BR \cdot DR = 4\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3} = 48$$

よって　　$CR \cdot ER < BR \cdot DR$

(ii) と同様に考えると，点 B は 3 点 C，D，E を通る円の外部にある。　(セ ②)