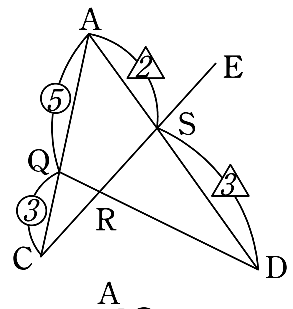
数学Ⅰ・A 第５問

(1)　△AQD と直線 CE にメネラウスの定理を用いると

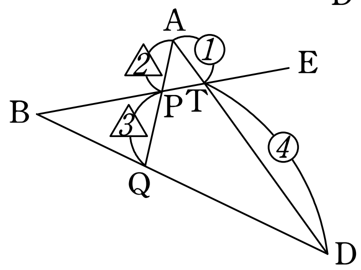


$$\frac{QR}{RD}\cdot\frac{DS}{SA}\cdot\frac{AC}{CQ}=1$$ （ア ⓪）

よって　$\dfrac{QR}{RD}\cdot\dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{8}{3}=1$

ゆえに　QR：RD＝イ1：ウ4

また，△AQD と直線 BE にメネラウスの定理を用いると



$$\frac{QB}{BD}\cdot\frac{DT}{TA}\cdot\frac{AP}{PQ}=1$$

よって　$\dfrac{QB}{BD}\cdot\dfrac{4}{1}\cdot\dfrac{2}{3}=1$

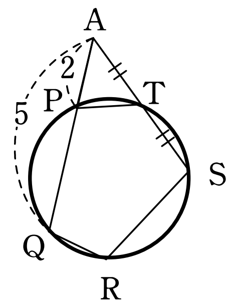
ゆえに　QB：BD＝エ3：オ8

したがって　BQ：QR：RD＝3：1：4

(2)　AP：PQ：QC＝2：3：3，AC＝8 であるから

AP＝2，AQ＝5

(i)　方べきの定理により　AP・AQ＝AT・AS



ここで，AT：AS＝1：2 から

AS＝2AT

よって　2・5＝AT・2AT

ゆえに　$AT^2=5$　　AT＞0 であるから　AT＝$\sqrt{{}^{カ}5}$

(ii)　BQ：QR：RD＝3：1：4，DR＝$4\sqrt{3}$ であるから

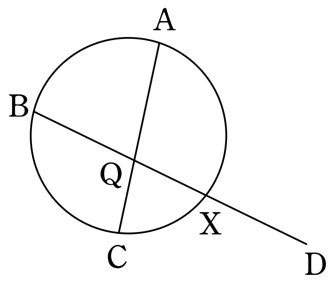
BQ＝$3\sqrt{3}$，DQ＝$5\sqrt{3}$

よって　BQ・DQ＝$3\sqrt{3}\cdot5\sqrt{3}$＝キク45

ゆえに　AQ・CQ＜BQ・DQ　……①　（ケ ⓪）

また，方べきの定理により

AQ・CQ＝BQ・XQ　……②　（コ ①）

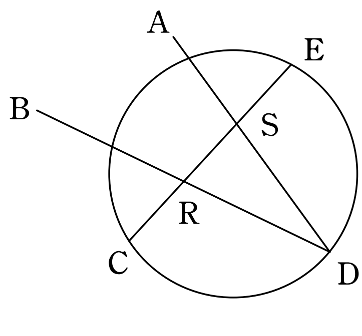


①，② から　BQ・XQ＜BQ・DQ

よって　XQ＜DQ　（サ ⓪）

したがって，点 D は 3 点 A，B，C を通る円の外部にある。　（シ ②）

(iii)　まず，線分 AD と CE の交点 S に着目して考える。



CR＝RS＝SE＝3 であるから　CS・ES＝6・3＝18

AT：TS：SD＝1：1：3，AT＝$\sqrt{5}$ であるから

AS・DS＝$2\sqrt{5}\cdot3\sqrt{5}$＝30

よって　CS・ES＜AS・DS

(ii) と同様に考えると，点 A は 3 点 C，D，E を通る円の外部にある。　（ス ②）

次に，線分 BD と CE の交点 R に着目して考える。

$\mathrm{CR}=\mathrm{RS}=\mathrm{SE}=3$ であるから　　$\mathrm{CR}\cdot\mathrm{ER}=3\cdot 6=18$

$\mathrm{BQ}:\mathrm{QR}:\mathrm{RD}=3:1:4$，$\mathrm{DR}=4\sqrt{3}$ であるから

$$\mathrm{BR}\cdot\mathrm{DR}=4\sqrt{3}\cdot 4\sqrt{3}=48$$

よって　　$\mathrm{CR}\cdot\mathrm{ER}<\mathrm{BR}\cdot\mathrm{DR}$

(ii) と同様に考えると，点 B は 3 点 C，D，E を通る円の外部にある。　(セ ②)