

数学 I・A 第 3 問

- (1) (i) 2回の試行で A, B がそろっている取り出し方は, \boxed{A} , \boxed{B} または \boxed{B} , \boxed{A} と取り

出す 2 通りであるから, 求める確率は $\frac{2}{2^2} = \frac{1}{2}$

- (ii) 3回の試行のうち \boxed{A} を 1 回, \boxed{B} を 2 回取り出す取り出し方は 3 通りある。

また, 3回の試行のうち \boxed{A} を 2 回, \boxed{B} を 1 回取り出す取り出し方も同様に 3 通りである。

よって, 3回の試行で A, B がそろっている取り出し方は $3 \times 2 = {}^2_3 6$ (通り)

したがって, 3回の試行で A, B がそろっている確率は $\frac{6}{2^3}$

- (iii) 4回の試行での取り出し方の総数は 2^4 通り

このうち, 4回の試行で A, B がそろっていない取り出し方は, 「4回とも \boxed{A} を取り出す」または「4回とも \boxed{B} を取り出す」の 2 通りである。

よって, 4回の試行で A, B がそろっている取り出し方は $2^4 - 2 = {}^{エオ} 14$ (通り)

したがって, 4回の試行で A, B がそろっている確率は $\frac{14}{2^4} = \frac{7}{8}$

- (2) (i) 3回目の試行で初めて A, B, C がそろうには, \boxed{A} , \boxed{B} , \boxed{C} を 1 回ずつ取り出せばよいから, その取り出し方は $3! = {}^3_3 6$ (通り)

よって, 3回目の試行で初めて A, B, C がそろう確率は $\frac{6}{3^3}$

- (ii) 4回目の試行で \boxed{C} を取り出すとすると, 4回目の試行で初めて A, B, C がそろうには 3回目までに A, B がそろっていればよいから, その取り出し方は (1)(ii) より 6 通り

4回目の試行で \boxed{A} , \boxed{B} を取り出すときも同様であるから, 4回目の試行で初めて A, B, C がそろう取り出し方は 3×6 通り

よって, 4回目の試行で初めて A, B, C がそろう確率は $\frac{3 \times 6}{3^4} = \frac{2}{9}$

- (iii) 5回目の試行で \boxed{C} を取り出すとすると, 5回目の試行で初めて A, B, C がそろうには 4回目までに A, B がそろっていればよいから, その取り出し方は (1)(iii) より 14 通り

5回目の試行で \boxed{A} , \boxed{B} を取り出すときも同様であるから, 5回目の試行で初めて A, B, C がそろう取り出し方は $3 \times 14 = {}^{\text{サン}} 42$ (通り)

よって, 5回目の試行で初めて A, B, C がそろう確率は $\frac{42}{3^5}$

- (3) 「6回の試行のうち 3回目の試行で初めて A, B, C だけがそろい, かつ 6回目の試行で初めて \boxed{D} が取り出される」取り出し方について考える。

3回目の試行で初めて A, B, C だけがそろう取り出し方は (2)(i) から 6 通り

4回目, 5回目の試行では, \boxed{A} , \boxed{B} , \boxed{C} のどれを取り出してもよいから, その取り出し方は $6 \times 3 \times 3 = {}^{\text{スセ}} 54$ (通り)

同様に、「6回の試行のうち4回目の試行で初めてA, B, Cだけがそろい、かつ6回目の試行で初めてDが取り出される」取り出し方は、(2)(ii)から

$$(3 \times 6) \times 3 = {}^{\text{ソタ}}54 \text{ (通り)}$$

また、「6回の試行のうち5回目の試行で初めてA, B, Cだけがそろい、かつ6回目の試行で初めてDが取り出される」取り出し方は、(2)(iii)から 42通り

よって、5回目までにA, B, Cのそれぞれが少なくとも1回は取り出され、かつ6回目に初めてDが取り出される取り出し方は $54 + 54 + 42 = 150$ (通り)

6回目の試行でA, B, Cを取り出すときも同様であるから、6回目の試行で初めてA, B, C, Dがそろい取り出し方は 4×150 通り

したがって、その確率は $\frac{4 \times 150}{4^6} = \frac{\text{チツ}75}{\text{テトナ}512}$