

## 数学Ⅱ・B 第2問〔2〕

$$(1) \int_0^{30} \left( \frac{1}{5}x + 3 \right) dx = \left[ \frac{1}{10}x^2 + 3x \right]_0^{30} = 90 + 90 = \text{タチツ}180$$

$$\int \left( \frac{1}{100}x^2 - \frac{1}{6}x + 5 \right) dx = \frac{1}{\text{テトナ}300}x^3 - \frac{1}{\text{ニヌ}12}x^2 + \text{ネ}5x + C \quad (C \text{ は積分定数})$$

〔別解〕 定積分  $\int_0^{30} \left( \frac{1}{5}x + 3 \right) dx$  の値は右の図の斜線部分の面積である。

$$\text{よって} \quad \int_0^{30} \left( \frac{1}{5}x + 3 \right) dx = (3 + 9) \cdot 30 \cdot \frac{1}{2} = \text{タチツ}180$$

$$(2) (i) \quad S(t) = \int_0^t f(x) dx = \int_0^t \left( \frac{1}{5}x + 3 \right) dx = \frac{1}{10}t^2 + 3t$$

2月に入ってから  $t$  日後にソメイヨシノが開花するとする。

$$\text{このとき} \quad \frac{1}{10}t^2 + 3t = 400 \quad \text{整理すると} \quad t^2 + 30t - 4000 = 0$$

$$\text{ゆえに} \quad (t + 80)(t - 50) = 0 \quad t \geq 0 \text{ であるから} \quad t = 50$$

したがって、ソメイヨシノの開花日時は2月に入ってから50日後となる。(´④)

$$(ii) \quad 0 \leq x \leq 30 \text{ のとき} \quad f(x) = \frac{1}{5}x + 3$$

$$x \geq 30 \text{ のとき} \quad f(x) = \frac{1}{100}x^2 - \frac{1}{6}x + 5$$

であるから、(1)より

$$\int_0^{30} f(x) dx = 180$$

$$\text{また} \quad \int_{30}^{40} f(x) dx = 115$$

$$\begin{aligned} \text{よって} \quad S(40) &= \int_0^{40} f(x) dx \\ &= \int_0^{30} f(x) dx + \int_{30}^{40} f(x) dx = 295 \end{aligned}$$

また、 $x \geq 30$  の範囲において、 $f(x)$  は増加するから、

$$\text{右の図より} \quad \int_{30}^{40} f(x) dx < \int_{40}^{50} f(x) dx \quad (\wedge \textcircled{0})$$

$S(40) < 400$  より、ソメイヨシノの開花日時は2月に入ってから40日後より後であり、 $S(50)$  を考えると

$$S(50) = \int_0^{50} f(x) dx = \int_0^{40} f(x) dx + \int_{40}^{50} f(x) dx$$

$$= S(40) + \int_{40}^{50} f(x) dx > S(40) + \int_{30}^{40} f(x) dx = 295 + 115 = 410$$

$$\text{よって} \quad S(50) > 400$$

したがって、 $S(40) < 400 < S(50)$  であるから、ソメイヨシノの開花日時は2月に入ってから40日後より後、かつ50日後より前である。(´④)

