

数学Ⅱ・B 第2問〔1〕

(1) $x^2(k-x)=0$ とすると $x=0, k$

よって、 $y=f(x)$ のグラフと x 軸との共有点の座標は $(0, 0)$ と $(k, 0)$ (ア④)

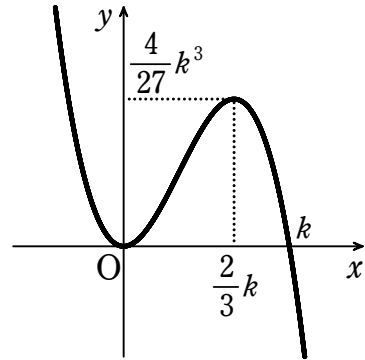
$f(x) = -x^3 + kx^2$ であるから

$$f'(x) = -3x^2 + 2kx = -3x\left(x - \frac{2}{3}k\right)$$

$f'(x) = 0$ とすると $x = 0, \frac{2}{3}k$

$f(x)$ の増減表は次のようになる。

x	...	0	...	$\frac{2}{3}k$...
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	↘	極小	↗	極大	↘



よって $x=0$ で極小値 $f(0)=0$ をとり、(オ①, カ①)

$x = \frac{2}{3}k$ で極大値 $f\left(\frac{2}{3}k\right) = \frac{4}{27}k^3$ をとる。(キ③, ク③)

また、 $0 < x < k$ の範囲において、 $x = \frac{2}{3}k$ で $f(x)$ は最大となる。

(2) 円錐の頂点を通り底面に垂直な平面で立体を切ったときの断面の左半分を考える。

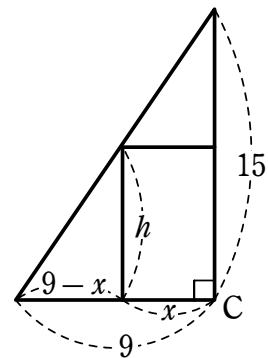
円錐に内接する円柱の底面の半径を x 、高さを h とすると

$$0 < x < 9$$

また、 $9:15 = (9-x):h$ より $h = \frac{5}{3}(9-x)$

したがって、円柱の体積 V は

$$V = \pi x^2 h = \frac{5}{3} \pi x^2 (9-x)$$



(1) の $f(x)$ について、 $k=9$ とすると $V = \frac{5}{3} \pi f(x)$

よって、(1) の結果から、 $0 < x < 9$ の範囲において、 $x = \frac{2}{3} \cdot 9$ で $f(x)$ は最大となる。

以上より、 V は $x = 6$ で最大値 $\frac{5}{3} \pi \cdot \frac{4}{27} \cdot 9^3 = 180\pi$ をとる。