数学Ⅰ・A 第３問

(1) 図 B において，ひもでつながれている球 1 と球 2，球 2 と球 3，球 3 と球 4 は異なる色を塗る。

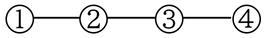

図 B

よって，球 1 の塗り方は　5 通り

球 2 の塗り方は，球 1 に塗った色以外で　4 通り

球 3 の塗り方は，球 2 に塗った色以外で　4 通り

球 4 の塗り方は，球 3 に塗った色以外で　4 通り

したがって，球の塗り方の総数は　$5\times4\times4\times4={}^{\text{アイウ}}320$ (通り)

(2) 図 C において，ひもでつながれている球 1 と球 2，球 2 と球 3，球 3 と球 1 は異なる色を塗る。

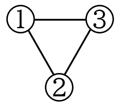

図 C

よって，球 1 の塗り方は　5 通り

球 2 の塗り方は，球 1 に塗った色以外で　4 通り

球 3 の塗り方は，球 1 と球 2 に塗った 2 色以外で　3 通り

したがって，球の塗り方の総数は　$5\times4\times3={}^{\text{エオ}}60$ (通り)

(3) 図 D において，ひもでつながれている球 1 と球 2，球 2 と球 3，球 3 と球 4，球 4 と球 1 は異なる色を塗る。

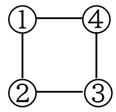

図 D

赤をちょうど 2 回使う塗り方を考えると，赤を塗る球の選び方が，(球 1 と球 3)，(球 2 と球 4) の　2 通り

そのおのおのの場合について，残りの 2 個の球の塗り方が　4×4 通り

したがって，図 D における球の塗り方のうち，赤をちょうど 2 回使う塗り方は

$2\times4\times4={}^{\text{カキ}}32$ (通り)

(4) 図 E において，ひもでつながれている球 1 と球 2，球 1 と球 3，球 1 と球 4，球 1 と球 5，球 1 と球 6 は異なる色を塗る。

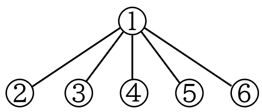

図 E

赤をちょうど 3 回使い，かつ青をちょうど 2 回使う塗り方を考えると，球 1 には赤と青以外の色を塗ることになるから，

球 1 の塗り方が　3 通り

そのおのおのの場合について，球 2 ～球 6 の塗り方が　$\dfrac{5!}{3!2!}$ 通り

したがって，図 E における球の塗り方のうち，赤をちょうど 3 回使い，かつ青をちょうど 2 回使う塗り方は　$3\times\dfrac{5!}{3!2!}={}^{\text{クケ}}30$ (通り)

参考　球 2 ～球 6 の塗り方は，赤を塗る球の選び方を考えて，${}_5C_3$ 通りと求めてもよい。

(5) 図 F における球の塗り方のうち，球 3 と球 4 が同色である場合と，同色でない場合に分けて考えたとき，同色でない塗り方の総数は，図 D における球の塗り方の総数と一致する。

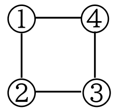

図 D

図 F における球の塗り方は，図 B における球の塗り方と同じであるため，その塗り方は，(1) より　320 通り

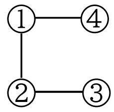

図 F

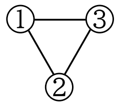

図 C

そのうち球 3 と球 4 が同色になるような塗り方の総数は，

球 3 と球 4 を同じものとして重ねてできる図 C の塗り方の総数と一致する。($^{\text{コ}}$ ②)

その塗り方の総数は，(2) より　　60 通り

したがって，図 D における球の塗り方の総数は　　$320-60=$ [サシス]260 (通り)

(6)　(5) と同様に，図 G において，球 4 と球 5 の間のひもをなくしてできる右の図のような図 H を考え，図 G と図 H を比較する。

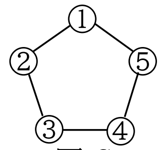

図 G

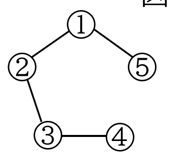

図 H

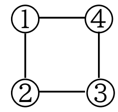

図 D

図 H における球の塗り方のうち，球 4 と球 5 が同色である場合と，同色でない場合に分けて考えたとき，同色でない塗り方の総数は，図 G における球の塗り方の総数と一致する。

図 H における球の塗り方の総数は，(1) と同様に考えて

$$5\times4\times4\times4\times4=1280 \text{ (通り)}$$

そのうち球 4 と球 5 が同色になるような塗り方の総数は，球 4 と球 5 を同じものとして重ねてできる図 D の塗り方の総数と一致する。

その塗り方の総数は，(5) より　　260 通り

したがって，図 G における球の塗り方の総数は　　$1280-260=$ [セソタチ]1020 (通り)