数学Ⅰ・A　第２問〔2〕

(1)　放物線 C_1 は点 $\mathrm{P}_0(0,\ 3)$ を通るから，その方程式を $y=ax^2+bx+3$ とおく。

C_1 は点 $\mathrm{M}(4,\ 3)$ を通るから　$3=16a+4b+3$　よって　$b=-4a$

このとき，C_1 の方程式は　$y=ax^2-{}^{キ}4ax+{}^{ク}3$

変形すると　$y=a(x-2)^2-4a+3$

プロ選手の「シュートの高さ」は，C_1 の頂点の y 座標であるから　$-{}^{ケ}4a+{}^{コ}3$

また，C_1 の頂点の x 座標は　$x=2$

C_2 の方程式は $y=p\left\{x-\left(2-\dfrac{1}{8p}\right)\right\}^2-\dfrac{(16p-1)^2}{64p}+2$ と表すことができるから，頂点の x 座標は　$x=2-\dfrac{1}{8p}$

C_2 は上に凸の放物線であるから，$p<0$ に注意して　$2<2-\dfrac{1}{8p}$

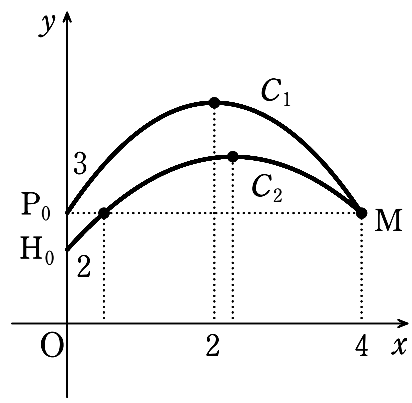
よって，花子さんの「ボールが最も高くなるときの地上の位置」の方が，つねに M の x 座標に近い。(^{サ} ②)

別解　右の図のように，グラフの対称性を考える。

P_0 と M の y 座標が等しいことから，C_1 の頂点の x 座標は　$x=2$

また，H_0 の y 座標の方が，M の y 座標より小さいことから，C_2 は右の図のようになり，C_2 の頂点の x 座標はつねに $2<x<4$ の範囲にある。

よって，花子さんの「ボールが最も高くなるときの地上の位置」の方が，つねに M の x 座標に近い。(^{サ} ②)



(2)　点 D の座標は　$\left(3.8,\ 3+\dfrac{\sqrt{3}}{15}\right)$　すなわち　$\left(\dfrac{19}{5},\ 3+\dfrac{\sqrt{3}}{15}\right)$

C_1 が D を通るから　$3+\dfrac{\sqrt{3}}{15}=a\cdot\left(\dfrac{19}{5}\right)^2-4a\cdot\dfrac{19}{5}+3$

整理して　$\dfrac{19}{25}a=-\dfrac{\sqrt{3}}{15}$　よって　$a=-\dfrac{5\sqrt{3}}{57}$

したがって，C_1 の方程式は　$y=-\dfrac{{}^{シ}5\sqrt{{}^{ス}3}}{{}^{セソ}57}(x^2-4x)+3$

また，プロ選手の「シュートの高さ」は，$\sqrt{3}\fallingdotseq1.73$ とすると

$$-4a+3=-4\cdot\left(-\frac{5\sqrt{3}}{57}\right)+3=\frac{20\sqrt{3}}{57}+3\fallingdotseq0.607+3=3.607$$

ゆえに，プロ選手の「シュートの高さ」の方が大きく，その差は約 $3.607-3.4\fallingdotseq0.2$，すなわちボール約 1 個分である。(^{タ} ⓪，^{チ} ⓪)