

数学 I・A 第 1 問〔1〕

$$|x+6| \leq 2 \text{ から } -2 \leq x+6 \leq 2$$

$$\text{各辺から } 6 \text{ を引いて } \text{ア} \quad -8 \leq x \leq \text{ウ} \quad -4$$

$|(1-\sqrt{3})(a-b)(c-d)+6| \leq 2$ において、 $(1-\sqrt{3})(a-b)(c-d)=x$ とおくと、
 $|x+6| \leq 2$ となるから

$$-8 \leq (1-\sqrt{3})(a-b)(c-d) \leq -4$$

$1-\sqrt{3}$ は負であることに注意すると

$$\frac{-4}{1-\sqrt{3}} \leq (a-b)(c-d) \leq \frac{-8}{1-\sqrt{3}}$$

ここで、 $\frac{1}{1-\sqrt{3}} = \frac{1+\sqrt{3}}{(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})} = -\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ であるから

$$2(1+\sqrt{3}) \leq (a-b)(c-d) \leq 4(1+\sqrt{3})$$

すなわち $\text{オ} \quad 2 + \text{カ} \quad 2\sqrt{3} \leq (a-b)(c-d) \leq \text{キ} \quad 4 + \text{ク} \quad 4\sqrt{3}$

①, ②, ③ の左辺を展開すると

$$(a-b)(c-d) = ac - ad - bc + bd \quad \dots\dots \text{①}'$$

$$(a-c)(b-d) = ab - ad - bc + cd \quad \dots\dots \text{②}'$$

$$(a-d)(c-b) = ac - ab - cd + bd \quad \dots\dots \text{③}'$$

①' の右辺から ②' の右辺を引くと ③' の右辺と等しいから

$$\begin{aligned} (a-d)(c-b) &= (a-b)(c-d) - (a-c)(b-d) \\ &= 4 + 4\sqrt{3} - (-3 + \sqrt{3}) \\ &= \text{ケ} \quad 7 + \text{コ} \quad 3\sqrt{3} \end{aligned}$$