

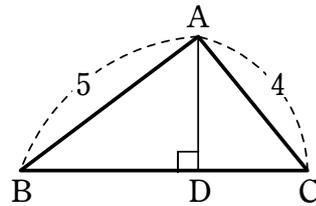
数学 I・A 第 1 問 [3]

(1) $\triangle ABC$ において、正弦定理により

$$\frac{4}{\sin \angle ABC} = 2 \cdot 3$$

よって $\sin \angle ABC = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

したがって $AD = AB \sin \angle ABC = 5 \cdot \frac{2}{3} = \frac{10}{3}$



(2) 辺 AB の長さは外接円の直径より長くなることはないから $0 < AB \leq 6$ …… ①

同様に、 $0 < AC \leq 6$ であるから $0 < 14 - 2AB \leq 6$

これを解くと $4 \leq AB < 7$ …… ②

①と②の共通範囲を求めて $4 \leq AB \leq 6$

また、 $\triangle ABC$ において、正弦定理により $\frac{AC}{\sin \angle ABC} = 2 \cdot 3$

よって $AD = AB \sin \angle ABC = AB \cdot \frac{AC}{6}$

$$= AB \cdot \frac{14 - 2AB}{6}$$

$$= -\frac{1}{3}AB^2 + \frac{7}{3}AB$$

$$= -\frac{1}{3}\left(AB - \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{49}{12}$$

$4 \leq AB \leq 6$ であるから、AD は $AB = 4$ で最大値をとる。

このとき $AD = -\frac{1}{3} \cdot 4^2 + \frac{7}{3} \cdot 4 = \frac{12}{3} = 4$

