

数学 I・A 第 1 問〔1〕

(1) $(a+b+c)^2$ を展開すると

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$$

$a+b+c=1$, $a^2+b^2+c^2=13$ であるから

$$1^2 = 13 + 2(ab+bc+ca)$$

ゆえに $ab+bc+ca = \frac{1-13}{2} = \text{ア} -6$

よって $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2$

$$= (a^2 - 2ab + b^2) + (b^2 - 2bc + c^2) + (c^2 - 2ca + a^2)$$

$$= 2(a^2 + b^2 + c^2) - 2(ab + bc + ca)$$

$$= 2 \cdot 13 - 2 \cdot (-6) = 26 + 12 = \text{ウ} 38$$

(2) $b-c=x$, $c-a=y$ とおくと

$$x+y = (b-c) + (c-a) = b-a = \text{エ} -2\sqrt{5}$$

また, (1) の計算から

$$x^2 + y^2 = (b-c)^2 + (c-a)^2$$

$$= 38 - (a-b)^2 = 38 - (2\sqrt{5})^2$$

$$= 38 - 20 = \text{キ} 18$$

$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$ であるから $(-2\sqrt{5})^2 = 18 + 2xy$

ゆえに $xy = \frac{20-18}{2} = 1$

よって $(a-b)(b-c)(c-a) = 2\sqrt{5}xy = \text{ク} 2\sqrt{5}$