数学Ⅰ・A 第3問

(1) (i) 箱Aにおいて，3回中ちょうど1回当たる確率は $_3C_1\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{^{ア}3}{^{イ}8}$ ……①

箱Bにおいて，3回中ちょうど1回当たる確率は $_3C_1\cdot\dfrac{1}{3}\cdot\left(\dfrac{2}{3}\right)^2=\dfrac{^{ウ}4}{^{エ}9}$ ……②

(ii) $P(A\cap W)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{8}=\dfrac{3}{16}$，$P(B\cap W)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{4}{9}=\dfrac{2}{9}$ であるから

$$P(W)=P(A\cap W)+P(B\cap W)=\frac{3}{16}+\frac{2}{9}=\frac{59}{144}$$

よって $P_W(A)=\dfrac{P(A\cap W)}{P(W)}=\dfrac{3}{16}\div\dfrac{59}{144}=\dfrac{^{オカ}27}{^{キク}59}$

また $P_W(B)=\dfrac{P(B\cap W)}{P(W)}=\dfrac{2}{9}\div\dfrac{59}{144}=\dfrac{^{ケコ}32}{^{サシ}59}$

(2) $P_W(A):P_W(B)=\dfrac{27}{59}:\dfrac{32}{59}=27:32$

また (①の確率)：(②の確率)$=\dfrac{3}{8}:\dfrac{4}{9}=\dfrac{27}{72}:\dfrac{32}{72}=27:32$

よって，$P_W(A)$ と $P_W(B)$ の比は，①の確率と②の確率の比に等しい。 (^{ス} ③)

参考 ⓪ $\dfrac{27}{59}+\dfrac{32}{59}\fallingdotseq\dfrac{27}{72}+\dfrac{32}{72}$ ① $\left(\dfrac{27}{59}\right)^2+\left(\dfrac{32}{59}\right)^2\fallingdotseq\left(\dfrac{27}{72}\right)^2+\left(\dfrac{32}{72}\right)^2$

② $\left(\dfrac{27}{59}\right)^3+\left(\dfrac{32}{59}\right)^3\fallingdotseq\left(\dfrac{27}{72}\right)^3+\left(\dfrac{32}{72}\right)^3$ ④ $\dfrac{27}{59}\times\dfrac{32}{59}\fallingdotseq\dfrac{27}{72}\times\dfrac{32}{72}$

別解 $P_W(A)=\dfrac{1}{2}\times$(①の確率)$\div P(W)$，$P_W(B)=\dfrac{1}{2}\times$(②の確率)$\div P(W)$

であるから，$P_W(A):P_W(B)=$(①の確率)：(②の確率)が成り立つ。(^{ス} ③)

(3) 箱Cにおいて，3回中ちょうど1回当たる確率は $_3C_1\cdot\dfrac{1}{4}\cdot\left(\dfrac{3}{4}\right)^2=\dfrac{27}{64}$ ……③

3つの箱の場合でも，事実(＊)と同様のことが成り立つから，箱Cが選ばれる事象を C とすると $P_W(A):P_W(B):P_W(C)=$(①の確率)：(②の確率)：(③の確率)

$$=\frac{3}{8}:\frac{4}{9}:\frac{27}{64}=216:256:243$$

$P(W)=P(A\cap W)+P(B\cap W)+P(C\cap W)$ であるから，求める条件付き確率は

$$P_W(A)=\frac{P(A\cap W)}{P(W)}=\frac{216}{216+256+243}=\frac{^{セソタ}216}{^{チツテ}715}$$

参考 (1)と同様に計算すると

$$P(A\cap W)=\frac{1}{3}\times\frac{3}{8}=\frac{1}{8},\ P(B\cap W)=\frac{1}{3}\times\frac{4}{9}=\frac{4}{27},\ P(C\cap W)=\frac{1}{3}\times\frac{27}{64}=\frac{9}{64}$$

$$P(W)=P(A\cap W)+P(B\cap W)+P(C\cap W)=\frac{1}{8}+\frac{4}{27}+\frac{9}{64}=\frac{715}{1728}$$

よって $P_W(A)=\dfrac{P(A\cap W)}{P(W)}=\dfrac{1}{8}\div\dfrac{715}{1728}=\dfrac{^{セソタ}216}{^{チツテ}715}$

(4) 箱 D において，3 回中ちょうど 1 回当たる確率は　$_3C_1 \cdot \dfrac{1}{5} \cdot \left(\dfrac{4}{5}\right)^2 = \dfrac{48}{125}$ ……④

4 つの箱の場合でも，事実 (＊) と同様のことが成り立つから，① ～ ④ の確率の大小を比較したとき，その確率が大きい箱ほど，くじを引いた可能性が高いことがわかる。

$256 > 243 > 216$ であるから　$\dfrac{4}{9} > \dfrac{27}{64} > \dfrac{3}{8}$

これと $\dfrac{27}{64} : \dfrac{48}{125} = 1125 : 1024$，$\dfrac{3}{8} : \dfrac{48}{125} = 125 : 128$ より

$$\frac{4}{9} > \frac{27}{64} > \frac{48}{125} > \frac{3}{8}$$

したがって，可能性が高い方から順に並べると　B，C，D，A　(ト ⑧)

別解　$\dfrac{3}{8} = 0.375$，$\dfrac{4}{9} = 0.444\cdots\cdots$，$\dfrac{27}{64} = 0.421\cdots\cdots$，$\dfrac{48}{125} = 0.384$ より

$$\frac{4}{9} > \frac{27}{64} > \frac{48}{125} > \frac{3}{8}$$

したがって，可能性が高い方から順に並べると　B，C，D，A　(ト ⑧)