

## 数学Ⅱ・B 第5問

(1)  $X$  の確率分布は右のようになる。

よって

$$E(X) = 0 \cdot \frac{612}{720} + 1 \cdot \frac{54}{720} + 2 \cdot \frac{36}{720} + 3 \cdot \frac{18}{720}$$

$$= \frac{180}{720} = \frac{1}{4}$$

$$E(X^2) = 0^2 \cdot \frac{612}{720} + 1^2 \cdot \frac{54}{720} + 2^2 \cdot \frac{36}{720} + 3^3 \cdot \frac{18}{720} = \frac{360}{720} = \frac{1}{2}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{E(X^2) - [E(X)]^2} = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$X$	0	1	2	3	計
$P(X)$	$\frac{612}{720}$	$\frac{54}{720}$	$\frac{36}{720}$	$\frac{18}{720}$	1

(2) 確率変数  $Y$  は二項分布  $B(600, p)$  に従う。

$$p = 0.4 \text{ のとき } E(Y) = 600 \times 0.4 = 240$$

$$\sigma(Y) = \sqrt{600 \times 0.4 \times 0.6} = \sqrt{144} = 12$$

$Z = \frac{Y - 240}{12}$  とおくと、確率変数  $Z$  は近似的に標準正規分布  $N(0, 1)$  に従う。

$$P(Y \leq 215) = P\left(Z \leq -\frac{25}{12}\right) \text{ であり, } -\frac{25}{12} \doteq -2.08 \text{ であるから}$$

$$P(Y \leq 215) = P(Z \leq -2.08) = 0.5 - p(2.08) = 0.5 - 0.4812 = 0.0188 \doteq 0.02$$

$$p = 0.2 \text{ のとき, } Y \text{ の平均 } E_{0.2}(Y) \text{ は } E_{0.2}(Y) = 600 \times 0.2 = 120$$

よって、 $E_{0.2}(Y)$  は  $E(Y)$  の  $\frac{1}{2}$  倍である。

$$\text{また, } Y \text{ の標準偏差 } \sigma_{0.2}(Y) \text{ は } \sigma_{0.2}(Y) = \sqrt{600 \times 0.2 \times 0.8} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$$

よって、 $\sigma_{0.2}(Y)$  は  $\sigma(Y)$  の  $\frac{\sqrt{6}}{3}$  倍である。

(3)  $E(U_1) = E(U_2) = \dots = E(U_n) = m - 60$

$$\sigma(U_1) = \sigma(U_2) = \dots = \sigma(U_n) = 30$$

$U_1, U_2, \dots, U_{100}$  の標本平均が 50 分であることから、 $t$  の信頼区間は

$$50 - 1.96 \cdot \frac{30}{\sqrt{100}} \leq t \leq 50 + 1.96 \cdot \frac{30}{\sqrt{100}}$$

$$50 - 5.88 \leq t \leq 50 + 5.88$$

よって  $44.12 \leq t \leq 55.88$